

EQUILÍBRIO E ELASTICIDADE

Física II

Apresentação para Sala de Aula
Profa. S.R. Vieira - 2018-2

INTRODUÇÃO

- O que faz com que um objeto permaneça estável na presença de forças?
- Em que condições os objetos se deformam?

EQUÍLIBRIO

As condições para o estado de equilíbrio são:

- i) O momento linear do centro de massa deve ser constante;
- ii) O momento angular em relação ao centro de massa, ou em relação a qualquer outro ponto, deve ser constante.



Fig. 1 – Uma pedra em equilíbrio. Embora o seu apoio pareça precário, a pedra está em equilíbrio estático.



Fig. 2 – Este operário da construção civil está em equilíbrio instável.

AS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO

1. A soma vetorial das forças externas que agem sobre o corpo deve ser nula. $\vec{F}_{ext} = 0$
2. A soma vetorial dos torques externos que agem sobre o corpo, medidos em relação a qualquer ponto, deve ser nula. $\vec{\tau}_{ext} = 0$
3. No equilíbrio estático, o momento linear do corpo deve ser nulo. $\vec{P} = 0$

Estas são condições necessárias para que haja equilíbrio estático, mas não são suficientes.

AS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO

1. A soma vetorial das forças externas que agem sobre o corpo deve ser nula. $\vec{F}_{ext} = 0$
2. A soma vetorial dos torques externos que agem sobre o corpo, medidos em relação a qualquer ponto, deve ser nula. $\vec{\tau}_{ext} = 0$
3. No equilíbrio estático, o momento linear do corpo deve ser nulo. $\vec{P} = 0$

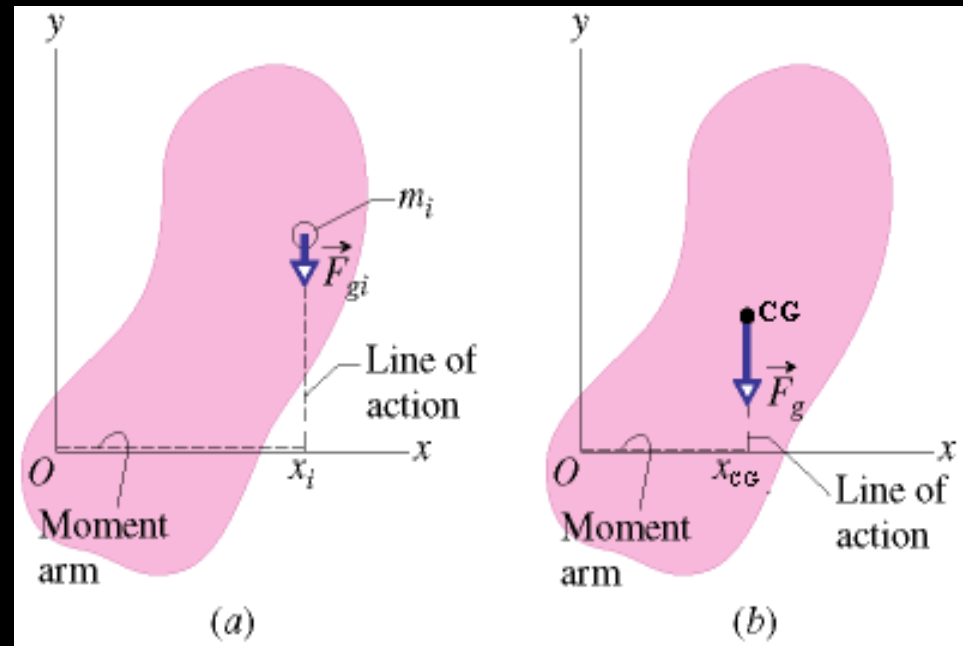
Estas são condições necessárias para que haja equilíbrio estático, mas não são suficientes.

O centro de Gravidade

A força gravitacional $\vec{F}_g$ age efetivamente sobre um único ponto de um corpo, o chamado **Centro de Gravidade** (CG) do corpo.

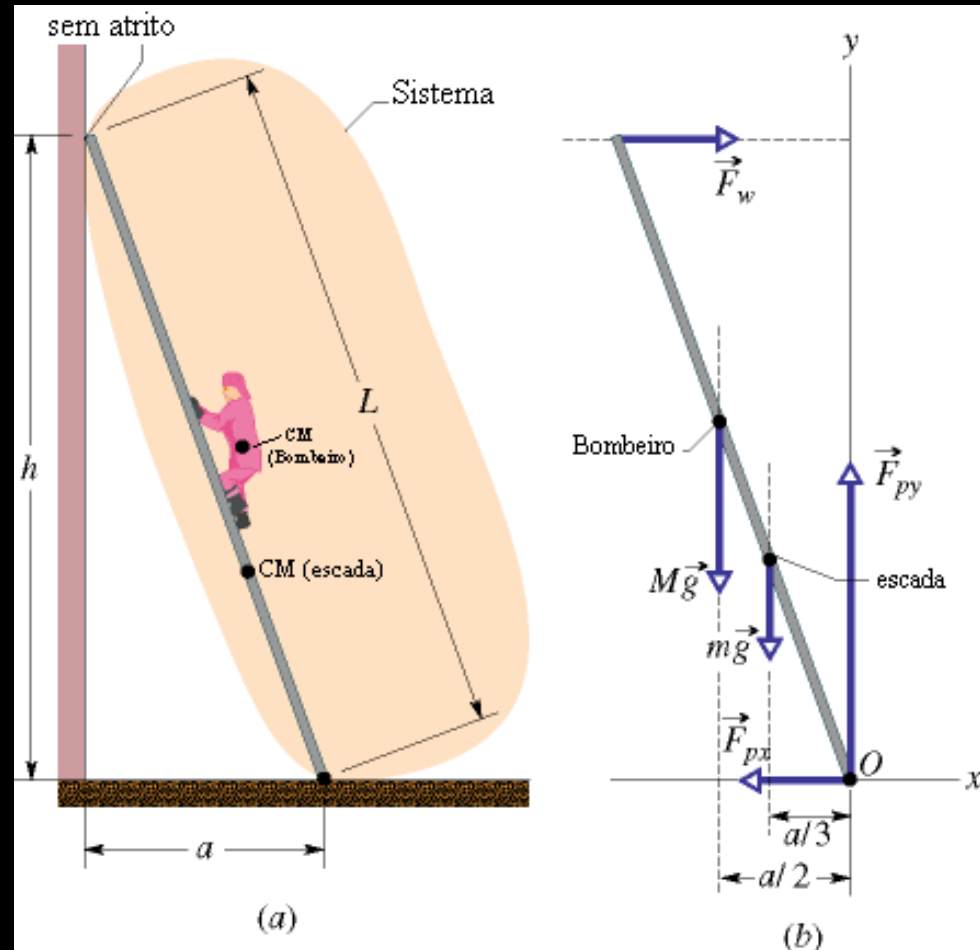
Se $\vec{g}$ é igual para todos os elementos de um corpo, o centro de gravidade (CG) do corpo coincide com o Centro de Massa (CM).

Fig. 3 – (a) Um elemento de massa m_i em um corpo de dimensões finitas. A $\vec{F}_{gi}$ a que o elemento está submetido tem um braço de alavanca x_i em relação à origem O do sistema de coordenadas. (b) Dizemos que $\vec{F}_g$ a que um corpo está submetido age sobre o centro de gravidade (CG) do corpo. Neste caso, o braço de alavanca de $\vec{F}_g$ é o x_{CG} em relação à origem O .



Exemplos: Equilíbrio Estático

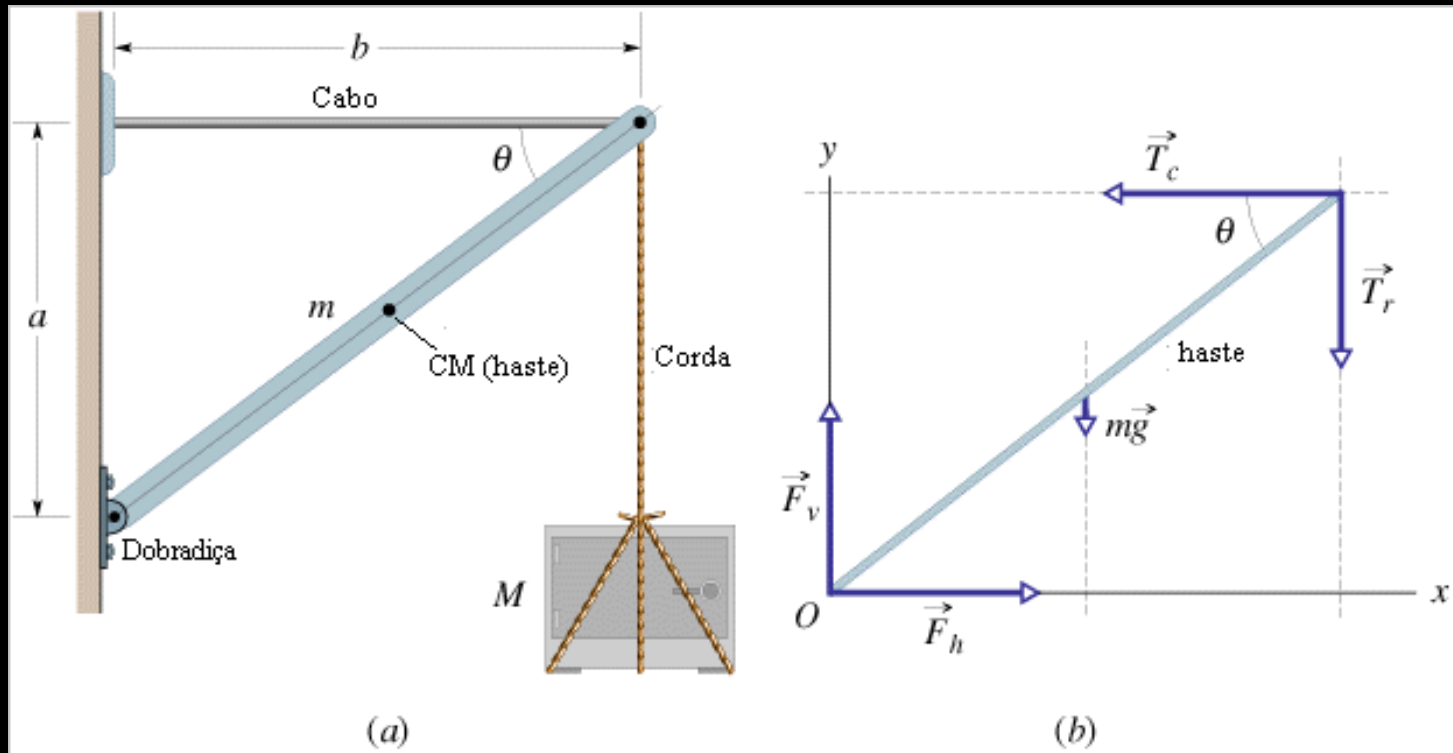
Exemplo 1 – Na fig. ao lado, uma escada de comprimento $L = 12\text{ m}$ e massa $m = 45\text{ kg}$ está encostada em uma parede (sem atrito). A extremidade superior da escada está a uma altura $h = 9,3\text{ m}$ acima do piso onde a escada está apoiada (existe atrito entre a escada e o piso). O centro de massa da escada está a uma distância $1/3$ da extremidade inferior. Um bombeiro de massa $M = 72\text{ kg}$ sobe na escada até que seu centro de massa esteja a uma distância $L/2$ da extremidade inferior. **Quais são, neste instante, os módulos das forças exercidas pela parede e pelo piso sobre a escada?**



Exemplos: Equilíbrio Estático

Exemplo 2 – A figura abaixo (a) mostra um cofre, de massa $M = 430 \text{ kg}$ suspenso por uma corda presa a uma haste cujas dimensões a e b são, respectivamente, 1,9 m e 2,5 m. A haste é uniforme e tem massa $m = 85 \text{ kg}$; a massa do cabo horizontal é desprezível.

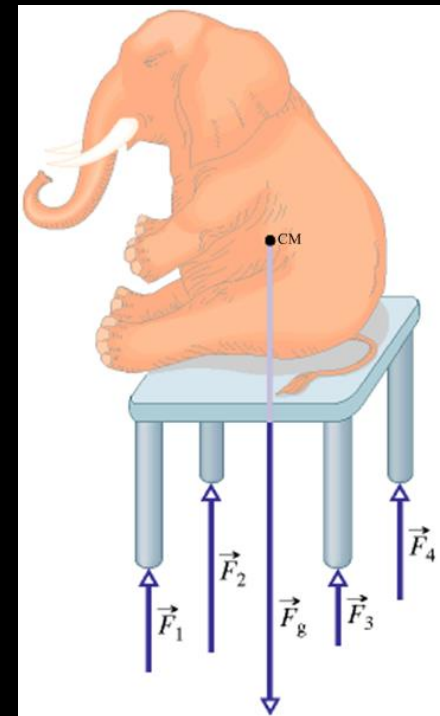
- (a) Determine o valor da tensão T que atua no cabo.
- (b) Encontre os componente, horizontal e vertical, da força exercida pela dobradiça sobre a haste.



ESTRUTURAS INDETERMINADAS

No momento, temos à nossa disposição apenas três equações independentes, duas equações de equilíbrio de forças (plano xy) e uma de equilíbrio de torques em torno de um dado eixo. Deste modo, se um problema tiver mais três incógnitas, não podemos resolvê-lo.

Fig. 6 – A mesa é um estrutura indeterminada. As quatros forças que atuam sobre as pernas da mesa têm módulos diferentes e não podem ser determinadas usando-se apenas as leis do equilíbrio estático.



Para resolver tais problemas de equilíbrio indeterminados, precisamos adicionar às equações de equilíbrio alguns conhecimentos de elasticidade.

ELASTICIDADE

A tensão é definida como a força por unidade de área que produz uma deformação.

Tensão e deformação são proporcionais; a constante de proporcionalidade é chamada de **módulo de elasticidade**.

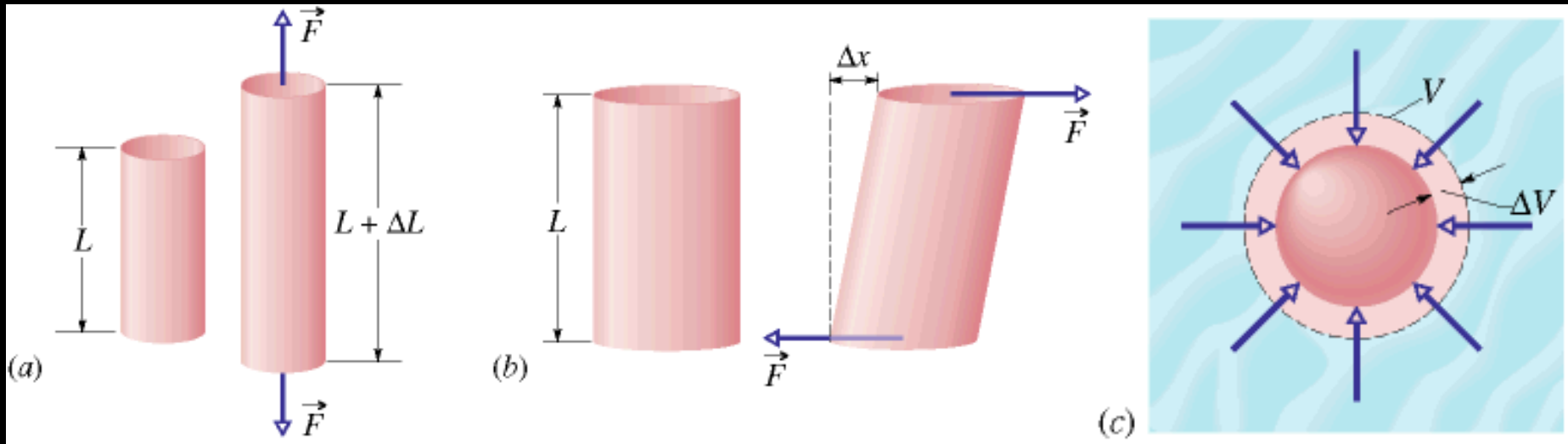
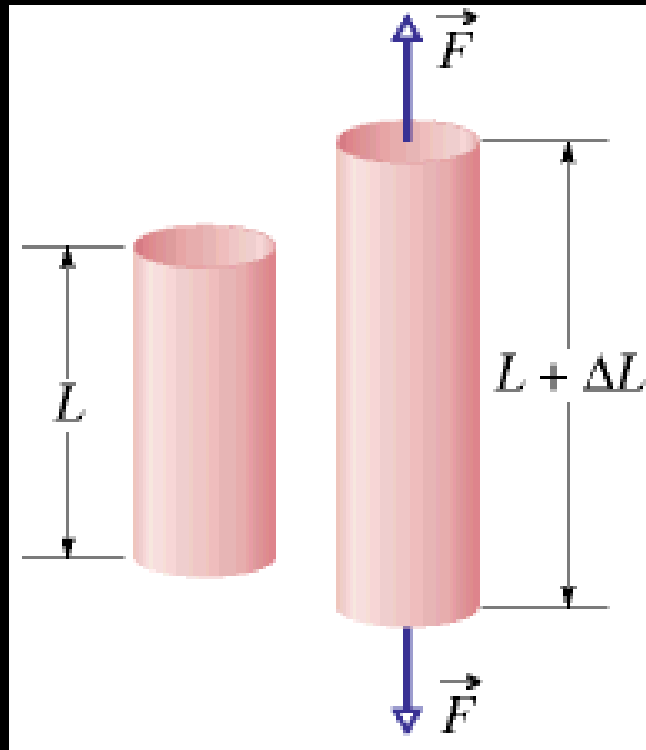


Fig. 7 - (a) Um cilindro submetido a tração é esticado e o seu tamanho aumenta de ΔL . **(b)** Um cilindro sujeito a uma tensão de cisalhamento se deforma como pilha de carta de baralho. **(c)** Uma esfera sólida submetida a uma tensão hidráulica, dentro de um fluido, diminui de volume. As deformação mostradas nas figura estão ampliadas.

“**Tensão** é definida genericamente como a resistência interna de um corpo a uma força externa aplicada sobre ele, por unidade de área. **Tração** é uma força normal perpendicular a seção transversal e que tende a separar o corpo. O inverso da força de **tração** é a força de compressão que tende a "esmagar" o corpo”.

ELASTICIDADE: TENSÃO e COMPRESSÃO

Para a tração ou compressão simples, a **TENSÃO** é definida como F/A , a força deformante dividida pela área sobre a qual ela atua (a força é perpendicular à área, como mostra a figura abaixo).



No caso de uma tensão trativa ou compressiva, o módulo de elasticidade é chamado de **módulo de Young** e representado pelo símbolo E

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

Geralmente, a deformação $\Delta L/L$ em uma amostra pode ser determinada através de um calibrador de deformação.

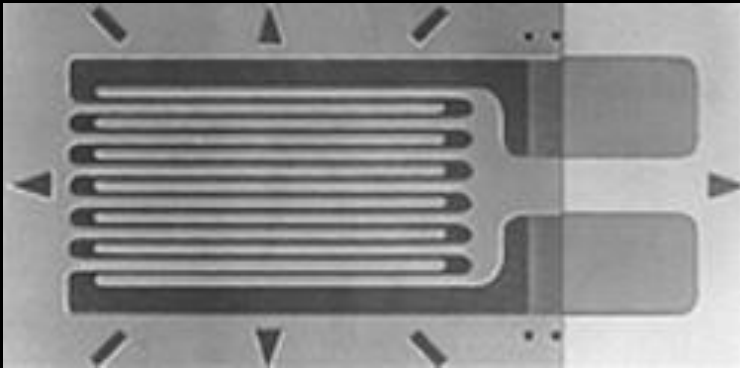


Fig. 9 – Um calibrador de deformação, cujas dimensões totais são 9,8 mm por 4,6 mm. O calibrador é preso com adesivo ao objeto cuja deformação se deseja medir. A resistência elétrica do calibrador varia com a deformação, permitindo que deformações de até 3% sejam medidas.

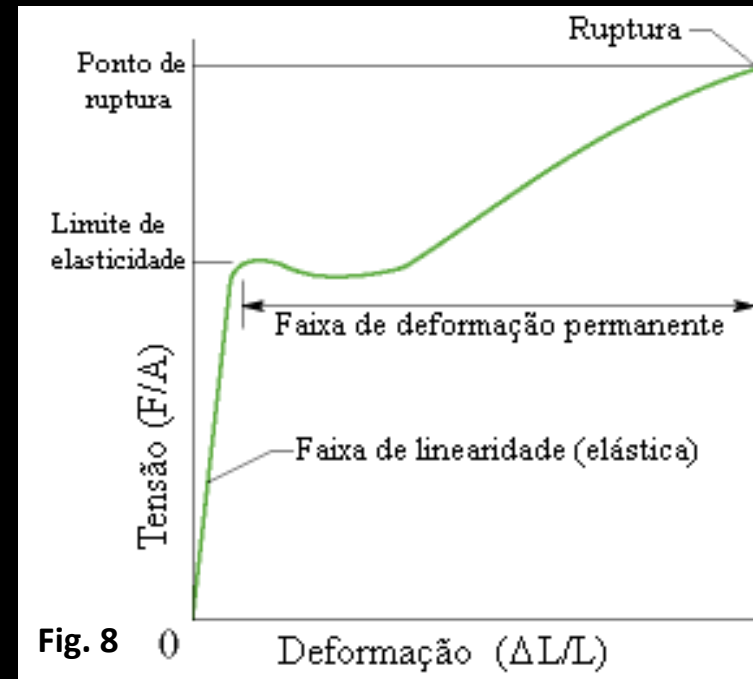
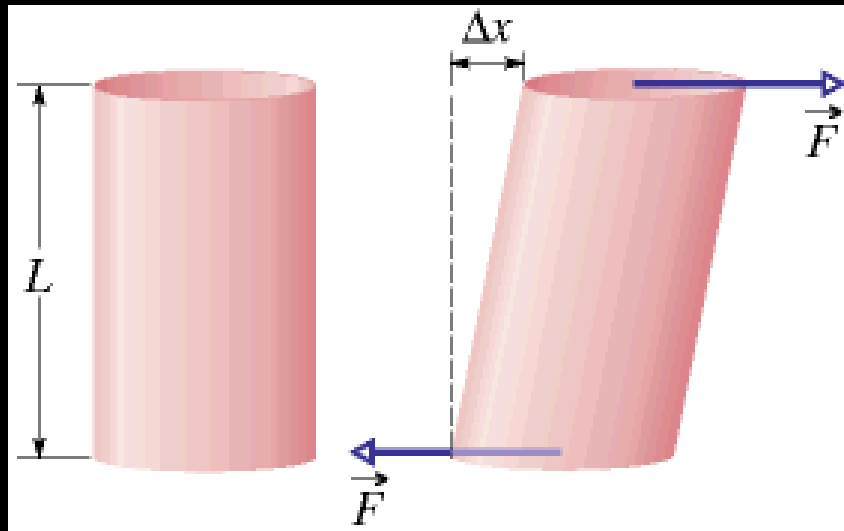


Fig.8 – Uma curva tensão-deformação para uma amostra de teste feita em aço. A amostra se deforma, permanentemente, quando a tensão é igual ao **limite de elasticidade** do material. Ela quebra quando a tensão é igual ao **ponto de ruptura** do material.

ELASTICIDADE: CISALHAMENTO

No caso do cisalhamento, a tensão é também uma força por unidade de área, no entanto, o vetor força atua no plano da área (não faz com ela um ângulo reto). A deformação é a razão adimensional $\Delta x/L$. Na Engenharia G é chamado de **módulo de cisalhamento**.



$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

As tensões de cisalhamento desempenham um papel crítico no empenamento de mancais que giram submetidos a uma carga.

ELASTICIDADE: TENSÃO/COMPRESSÃO HIDRÁULICA

Na figura abaixo, a tensão é a pressão p (força por unidade de área) que o fluido exerce sobre o objeto.

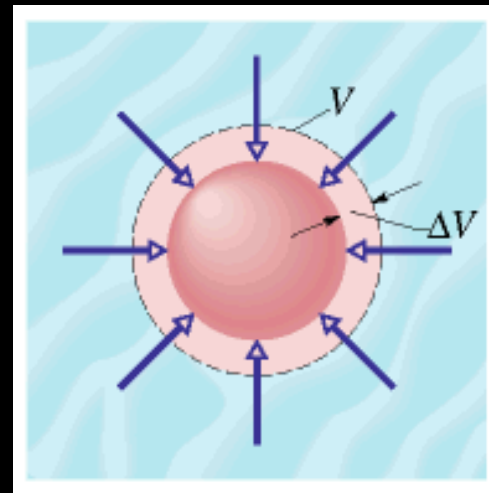
A deformação é $\Delta V/V$, na qual V é o volume original do objeto e ΔV é o valor absoluto da variação de volume.

Na expressão abaixo, B é chamado de *módulo de elasticidade volumétrico* do material. Diz-se que o objeto está sob *compressão hidráulica* e a pressão que ele sofre pode ser denominada de *tensão hidráulica*.

Para água: $B = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

Para Aço: $B = 16 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

A pressão no oceano pacífico, para profundidade média de 4 mil metros, é de $4,0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$.



$$p = B \frac{\Delta V}{V}$$

Algumas Propriedades Elásticas de Materiais Escolhidos

Material	Massa específica ρ (kg/m ³)	Módulo de Young E (10 ⁹ N/m ²)	Limite de Ruptura S_r (10 ⁶ N/m ²)	Limite de Elasticidade S_e (10 ⁶ N/m ²)
Aço ^a	7860	200	400	250
Alumínio	2710	70	110	95
Vidro	2190	65	50 ^b	—
Concreto ^c	2320	30	40 ^b	—
Madeira ^d	525	13	50 ^b	—
Osso	1900	9 ^b	170 ^b	—
Poliestireno	1050	3	48	—

^aAço estrutural (ASTM-A36).

^cDe alta resistência.

^bPara compressão.

^dPinho.

Referência: Fundamentos de Física, Volume 2 - Gravitação, Ondas e Termodinâmica;
D. Halliday, R. Resnick e J. Walker; Editora LTC.

Material destinado exclusivamente para divulgação didática e destinado para alunos em atividades remotas - Uso não comercial.