

ONDAS

PARTE 2



Ondas Sonoras

- ✓ Ondas sonoras são familiares à nossa existência e faz parte de nosso cotidiano a convivência com corpos que produzem sons. Esses sons podem ser ruídos de choque entre dois corpos ou melodias produzidas por instrumentos musicais.
- ✓ As ondas sonoras necessitam de um meio elástico para se propagarem. Num sólido podemos ter ondas longitudinais ou ondas transversais. Como os fluidos (líquidos e gases) não suportam tensão de cisalhamento, apenas as ondas longitudinais se propagam neste meio.
- ✓ A faixa de frequência normalmente audível para o ouvido humano está entre **20Hz e 20.000Hz.**

A figura ao lado mostra a imagem de ultra-som de um feto chupando o dedo. A frequência das ondas sonoras usada na realização do ultra-som foi de cerca de 5MHz

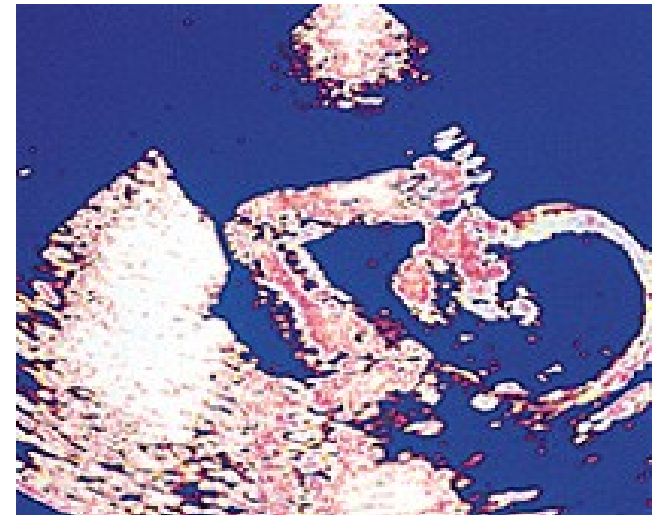


Fig. 1

A VELOCIDADE DO SOM

As ondas se caracterizam por ser um transporte de energia, associado a uma oscilação da matéria. A energia se propaga através da interação de elementos de volume adjacentes. Como cada material se caracteriza por um arranjo específico da matéria, a interação entre os elementos de volume adjacentes se dá de um modo peculiar para cada material que consideremos. Por isso a onda sonora se propaga com uma velocidade diferente para cada meio. Em particular, a sua velocidade no ar a 20°C é de $v_s = 343 \text{ m/s}$

Uma onda sonora se propaga numa sucessão de compressões e rarefações, e em cada material esses movimentos têm uma característica peculiar. Existe uma grandeza que leva em conta as variações em um meio: **módulo volumétrico da elasticidade B** , que leva em conta a variação de pressão e a variação fracional de volume.

Módulo volumétrico da elasticidade B

$$B \equiv -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \text{ e no limite quando } \Delta V \rightarrow 0, \text{ temos que } B = -V \frac{dp}{dV} \quad (1)$$

$$\text{Mas, } \rho = \frac{M}{V} \text{ (densidade volumétrica), então } \frac{dp}{dV} = \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{dV} = \frac{dp}{d\rho} \left(-\frac{M}{V^2} \right) = -\frac{\rho}{V} \frac{dp}{d\rho}$$

$$\text{logo, } B = -V \left\{ -\frac{\rho}{V} \left(\frac{dp}{d\rho} \right) \right\} \Rightarrow B = \rho \left(\frac{dp}{d\rho} \right) \quad (2)$$

A velocidade do som em um meio elástico

Para deduzir a expressão da velocidade do som em um meio elástico, vamos considerar a propagação de um pulso em um tubo longo.

Fig.2 – Imagine um pulso de compressão se propagando (da direita para a esquerda) com velocidade v através do ar, dentro de um longo tubo. Vamos nos colocar em um sistema de referência que se move junto com o pulso, de maneira que o pulso pareça parado neste sistema.

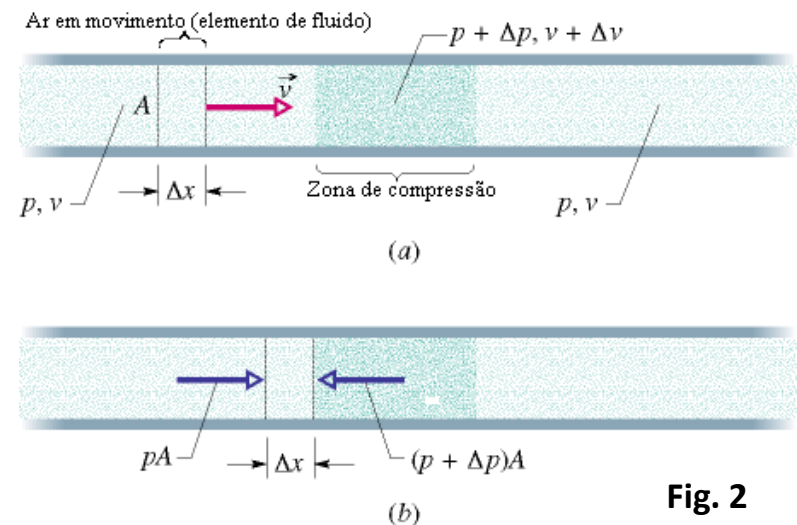


Fig. 2

Seja p a pressão do ar não perturbado e $p + \Delta p$ a pressão dentro do pulso (zona de compressão) sendo Δp positivo devido à compressão. Considere uma fatia de ar de espessura Δx e área A movendo-se em direção ao pulso de velocidade v . À medida que este elemento de fluido penetra no pulso, sua parte frontal encontra uma região de pressão mais alta e diminui sua velocidade para $v + \Delta v$, onde Δv é negativo. Esta diminuição de velocidade se completa quando a sua parte posterior alcança o pulso, o que ocorre em um intervalo de tempo dado por

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta x}{v}} \quad (3)$$

A força resultante média sobre o elemento do fluido, durante o intervalo Δt , é

$$F = pA - (p + \Delta p)A \quad \Rightarrow \quad \underbrace{F = -\Delta p A}_{\text{Força Resultante}} \quad (4)$$

o sinal negativo indica que esta força resultante aponta para a esquerda (na Fig.2).

Aplicando a segunda Lei de Newton: $F_R = ma$, temos

$$\Delta ma = -\Delta p A \rightarrow \rho \Delta V a = \rho A \Delta x a = (\rho A v \Delta t) \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\Delta p A$$

Reescrevendo,

$$\boxed{\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v/v}} \quad (5)$$

O ar ocupa um volume $V = Av\Delta t$, quando está fora do pulso, e tem seu volume diminuído de $\Delta V = A\Delta v\Delta t$ quando penetra o pulso. Logo:

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta v}{v}} \quad (6)$$

Substituindo (6) em (5), obtemos

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v/v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} = B \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}} \quad (7)$$

PROPAGAÇÃO DE ONDAS SONORAS

À medida que uma onda sonora avança num tubo, cada volume elementar do fluido oscila em torno de sua posição de equilíbrio. Os deslocamentos se realizam para direita e para esquerda sobre a direção x , na qual a onda se propaga. De modo geral, uma onda progressiva $s(x, t)$ que se propaga no sentido positivo do eixo x , tem a forma: $s(x, t) = f(x - vt)$

Considerando uma onda harmônica progressiva, temos que:

$$S(x, t) = S_m \cos(kx - \omega t) \quad (8)$$

onde S_m é a amplitude de deslocamento. O número de onda angular k , a frequência angular ω e frequência f , o comprimento de onda λ , a velocidade de propagação v e o período T para uma **onda longitudinal sonora** são definidos e estão relacionados exatamente da mesma maneira que para uma **onda transversal em uma corda**, com exceção do fato de que λ , agora, é a distância após a qual o padrão de compressão e expansão, devido à onda, começa a se repetir.

Podemos mostrar que à medida que a onda se propaga, a pressão do ar, em qualquer posição x aumenta e diminui com o tempo, a variação sendo dada por:

$$\Delta p = \Delta p_m \text{sen}(kx - \omega t) \quad (9)$$

Um valor negativo de Δp na equação acima corresponde a uma **expansão**, enquanto que um positivo equivale a uma **compressão**.

Existe uma relação entre a variação de pressão máxima Δp_m e o deslocamento máximo s_m , dada por:

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)S_m \quad (10)$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Deslocamento} \\
 \overbrace{s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t)} \\
 \text{Amplitude} \quad \swarrow \quad \searrow \quad \text{Termo oscilante} \\
 \Delta p(x, t) = \Delta p_m \text{sen}(kx - \omega t) \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{Variação de pressão}}
 \end{array}$$

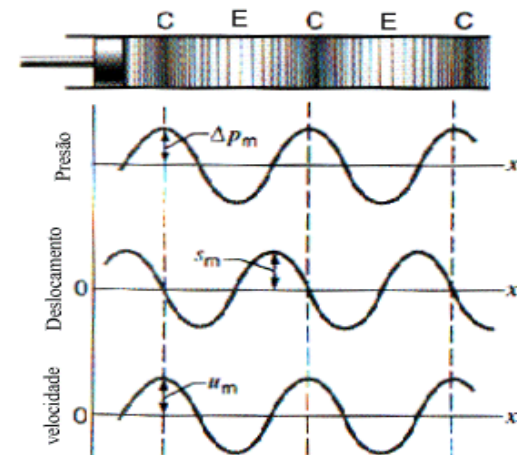


Fig. 3

INTENSIDADE E NÍVEL DO SOM

A intensidade de uma onda é definida como a potência média transmitida por unidade de área. Quando no nosso cotidiano dizemos que o som está alto, estamos na realidade dizendo que é alta a intensidade som emitido pelo aparelho. Os músicos dizem que um som é alto quando a sua frequência é alta.

$$I = \frac{P_{\text{méd}}}{A} \quad (11)$$

Mas a potência instantânea que atua em um elemento de volume pode ser definida como o produto da força por sua velocidade, ou seja:

$$P(x,t) = F(x,t)u(x,t) = A\Delta p \frac{\partial s}{\partial t} \Rightarrow \frac{P(x,t)}{A} = \Delta p \frac{\partial s}{\partial t}$$

$$\frac{P(x,t)}{A} = \Delta p \frac{\partial s}{\partial t} = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) [\omega s_m \sin(kx - \omega t)] = \Delta p_m \omega s_m \sin^2(kx - \omega t)$$

Usando $\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$ e $\overline{\sin^2 x} = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 x dx = \frac{1}{2}$. Obtemos

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 (S_m)^2 \quad (12)$$

A Escala Decibel

A amplitude de deslocamento do ouvido humano vai desde 10^{-5}m , para o som mais intenso, até 10^{-11}m , para o mais fraco som audível, dando uma razão entre as amplitudes de 10^6 . Para lidar com faixas de valores grandes, é conveniente o uso de logaritmos. Considere a relação $y = \log(x)$, então

$$y_1 = \log(10x) = \log 10 + \log x \Rightarrow y_1 = 1 + y$$

$$y_2 = \log(10^{12}x) = \log(10^{12}) + \log x = 12\log(10) + \log x \Rightarrow y_2 = 12 + y$$

Assim, ao invés de falar da intensidade I de uma onda sonora, é muito mais conveniente falar do Nível Sonoro NS (SL - sound level)

$$NS = (10\text{dB})\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (14)$$

onde dB é a abreviatura para decibel, a unidade de nível sonoro (em homenagem a Alexander Graham Bell). Na equação acima, $I_0 = 10^{-12}\text{W}/\text{m}^2$, é uma intensidade de referencia padrão.

FONTES SONORAS MUSICAIS

Percebemos claramente a diferença de som quando ouvimos uma flauta e logo depois um trombone. Mesmo que os dois instrumentos estejam tocando a mesma nota musical. Isso acontece porque eles têm **timbres diferentes**.

Uma nota musical específica está associada com uma certa frequência, e a essa frequência corresponde um período determinado. A frequência da nota musical é caracterizada pela variação de pressão causada no ar durante um intervalo de tempo periódico. Pode ser um seno, um dente de serra, ou a variação específica de um instrumento.



Diapasão



Flauta



Violino



Voz (letra a)



Clarinet



Ondas Longitudinais Estacionárias

1- Tubo aberto nas extremidades

A figura ao lado mostra alguns dos padrões de uma onda sonora estacionária que pode ser gerados num tubo, com ambas extremidades abertas. Para $n = 1$ existe um antinó em cada extremidade e um nó no meio, em $L/2$. O mais simples desses padrões implica em $L = \lambda/2$ ou $\lambda = 2L$. No geral, os comprimentos de onda e as frequências de ressonância são dados por:

$$\lambda = \frac{2L}{n} ; f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \text{ com } n = 1, 2, 3 \dots \quad (15)$$

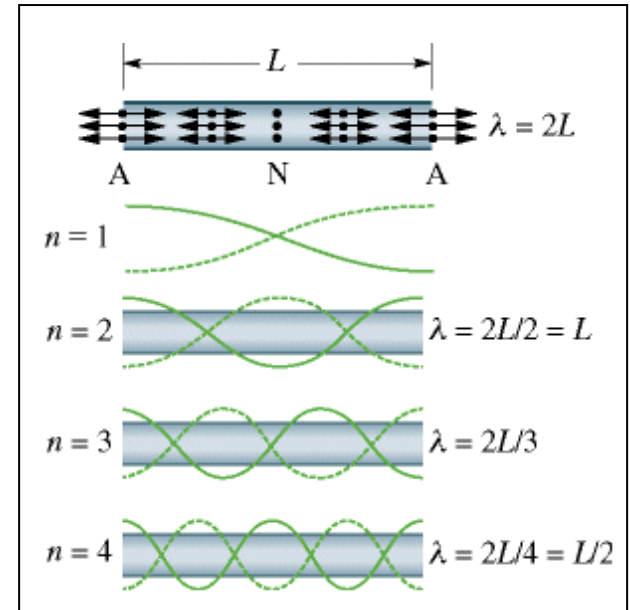


Fig. 4

2 – Tubo fechado em uma extremidade

A figura ao lado mostra alguns dos padrões de uma onda sonora estacionária que pode ser gerados num tubo, com somente uma das extremidades aberta. Para $n = 1$ existe um antinó na extremidade aberta e um nó na fechada. O mais simples desses padrões implica em $L = \lambda/4$ ou $\lambda = 4L$. No geral, os comprimentos de onda e as frequências de ressonância são dados por:

$$\lambda = \frac{4L}{n} ; f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L} \text{ com } n = 1, 3, 5, 7 \dots \quad (16)$$

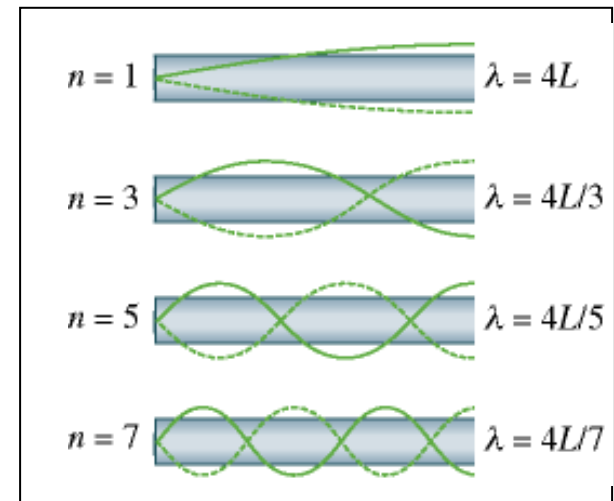


Fig. 5

Batimentos

Um tipo peculiar de interferência entre duas ondas acontece quando elas se propagam no mesmo sentido, têm mesma amplitude, mas as suas frequências ω estão muito próximas. Como elas estão se propagando no mesmo meio elástico elas têm a mesma velocidade v de propagação e portanto $k = \omega/v$. Desse modo, se as frequências são próximas, isso também acontece com o número de onda k .

Vamos considerar as duas ondas do tipo:

$$\begin{cases} s_1(x, t) = s_m \cos(k_1 x - \omega_1 t) \\ s_2(x, t) = s_m \cos(k_2 x - \omega_2 t) \end{cases}$$

Logo, $s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t) = s_m [\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)]$ (17)

Definindo novas variáveis:

$$\begin{cases} \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \\ \Delta k = k_1 - k_2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \bar{\omega} = \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) \\ \bar{k} = \left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right) \end{cases} \quad (18)$$

Supondo que $\omega_1 > \omega_2$ e $k_1 > k_2$. Como as frequências e os números de onda angular são próximos, temos $\bar{\omega} \gg \Delta\omega$ e $\bar{k} \gg \Delta k$. Escrevendo as velhas variáveis em termos das novas, temos

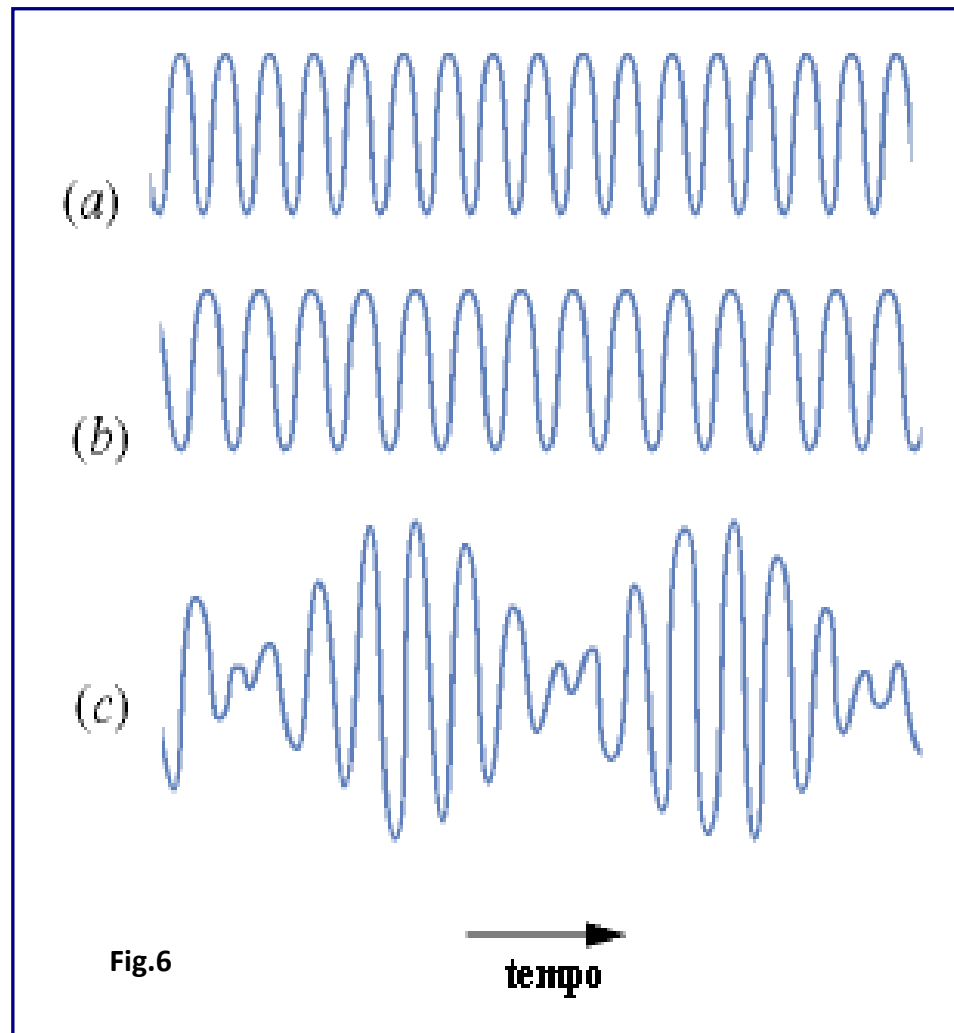
$$\begin{cases} \omega_1 = \bar{\omega} + \frac{\Delta\omega}{2} \\ \omega_2 = \bar{\omega} - \frac{\Delta\omega}{2} \end{cases} \text{ e } \begin{cases} k_1 = \bar{k} + \frac{\Delta k}{2} \\ k_2 = \bar{k} - \frac{\Delta k}{2} \end{cases} \quad (19)$$

$$s(x, t) = s_m \left\{ \cos \left[\left(\bar{k} + \frac{\Delta k}{2} \right) x - \left(\bar{\omega} + \frac{\Delta\omega}{2} \right) t \right] + \cos \left[\left(\bar{k} - \frac{\Delta k}{2} \right) x - \left(\bar{\omega} - \frac{\Delta\omega}{2} \right) t \right] \right\} \quad (20)$$

Usando a identidade trigonométrica: $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

Finalmente,

$$s(x, t) = 2s_m \underbrace{\cos \left(\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta\omega}{2} t \right)}_{\text{amplitude}} \cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \quad (21)$$



A Fig. 6 mostra variações de pressão Δp de duas ondas sonoras que são detectadas em separado (a) e (b). Em (c) A variação de pressão resultante, se as duas ondas forem detectadas ao mesmo tempo.

EFEITO DOPPLER

O som é um tipo de onda que necessita de um meio para se propagar. Quando estamos analisando a produção e a captação de uma onda sonora, estamos diante de três participantes: a fonte sonora, o meio onde ela se propaga e o detector que está captando as ondas. Temos então três referenciais bem definidos.

O tipo de onda captada dependerá de como a fonte e o detector se movem em relação ao meio de propagação da onda. Vamos considerar o meio parado em relação ao solo. Neste caso temos ainda quatro situações diferentes:

- fonte e o detector em repouso;
- fonte em movimento e o detector em repouso;
- fonte em repouso e o detector em movimento;
- fonte e o detector em movimento.

EFEITO DOPPLER (continuação)

- fonte e o detector em repouso

A fonte emite uma onda harmônica de frequência f e comprimento de onda λ . Desenhando apenas as frentes de onda. As frentes de onda esféricas concêntricas viajam com velocidade $\vec{v}$. Como todos os participantes (fonte, detector e meio) estão em repouso, o detector vai perceber uma onda exatamente do mesmo tipo que foi emitida pela fonte.

$$v = \lambda f$$

(22)

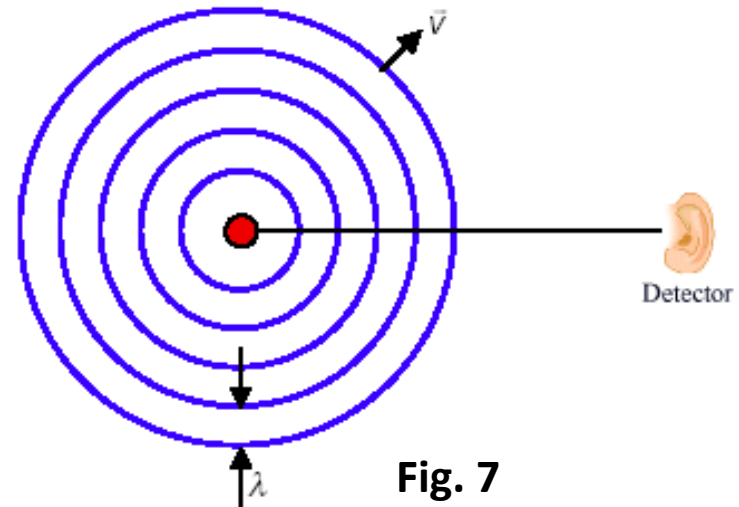


Fig. 7

EFEITO DOPPLER (continuação)

- fonte em movimento e o detector em repouso;

Como a fonte está em movimento, as frentes de onda não são mais esferas concêntricas. Quando a fonte emitir a segunda frente ela já não estará mais na mesma posição de quando emitiu uma primeira onda. Seja T o período da onda que a fonte está emitindo. Como a fonte está se aproximando do detector ele irá perceber uma distância entre as frentes de onda menor que um comprimento de onda original. Se em um tempo T (período) uma frente de onda viajou uma distância $\lambda = vT$ (comprimento de onda original), como a fonte se aproximou do detector $v_s T$, o detector perceberá um comprimento de onda λ' diferente do original:

$$\lambda' = \lambda - v_s T \quad \text{ou ainda} \quad \lambda' = (v - v_s)T$$

$$\lambda' = \frac{(v - v_s)}{f} \quad \text{mas} \quad \lambda' = \frac{v}{f'}$$

$$\text{Portanto,} \quad \frac{v}{f'} = \frac{(v - v_s)}{f} \Rightarrow \boxed{f' = \left(\frac{v}{v - v_s} \right) f}$$

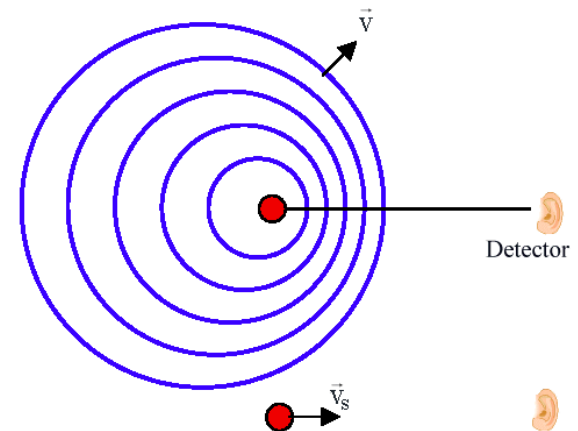


Fig.8 -Fonte se aproximando do detector

EFEITO DOPPLER (continuação)

- fonte em movimento e o detector em repouso;

Quando a fonte estiver se afastando do detector em repouso, teremos uma situação semelhante a descrita para fonte se aproximando,

$$\lambda' = \lambda + v_s T \quad \text{ou ainda} \quad \lambda' = (v + v_s)T$$

$$\lambda' = \frac{(v + v_s)}{f} \quad \text{mas} \quad \lambda' = \frac{v}{f'}$$

Portanto, $\frac{v}{f'} = \frac{(v+v_s)}{f} \Rightarrow \boxed{f' = \left(\frac{v}{v + v_s} \right) f}$

Assim, a relação geral válida para o caso em que o detector está em repouso relativo ao meio de propagação, mas em que a fonte se movimenta através dele é:

$$\boxed{f' = \left(\frac{v}{v \mp v_s} \right) f} \quad (23)$$

onde o sinal negativo (-) se refere ao movimento da fonte aproximando-se do detector e o positivo (+) se refere ao movimento da fonte se afastando do observador.

- **fonte em repouso e o detector em movimento**

A relação geral válida para quando a fonte está em repouso relativo ao meio, mas o observador está se movendo em relação ao meio é:

$$f' = \left(\frac{v \pm v_D}{v} \right) f \quad (24)$$

onde o positivo (+) vale para quando o observador se aproxima da fonte e o negativo (-), quando se afasta dela.

- **fonte e o detector em movimento**

A relação geral válida para quando a fonte e o observador estão se movendo através do meio de transmissão é:

$$f' = \left(\frac{v \pm v_D}{v \mp v_s} \right) f \quad (25)$$

onde os sinais superiores (+ no numerador e – no denominador) correspondem ao movimento de convergência do observador e da fonte sobre a linha que une; já os sinais inferiores (– no numerador e + no denominador) devem ser usados quando o movimento é de afastamento recíproco.

Efeito Doppler para a Luz

A velocidade da luz não depende do referencial:

$$f' = f \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}} \quad (26)$$

Para deduzir a equação acima utiliza-se a teoria da Relatividade Restrita. Para as ondas luminosas podemos nos referir à velocidade relativa entre a fonte e o detector $u = |v_F \pm v_D|$.

Para $u > 0 \Rightarrow f' < f$ Fonte e observador se afastam

Deslocamento para o vermelho (redshift)

Para $u < 0 \Rightarrow f' > f$ Fonte e observador se aproximam

Deslocamento para o azul (blueshift)

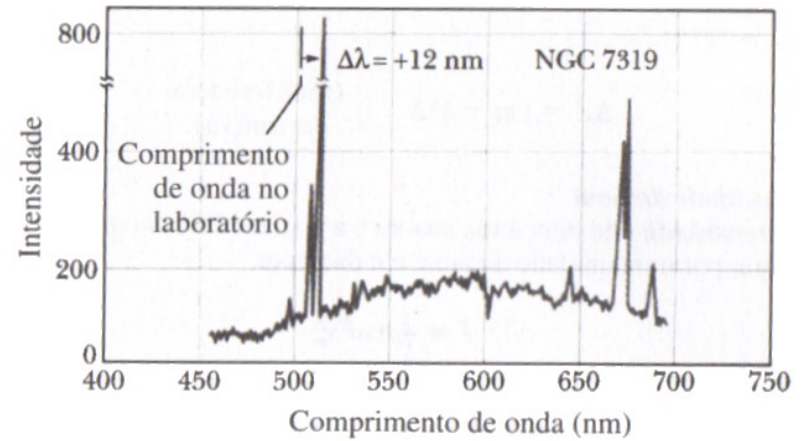
Se $u \ll c$, obtemos $f' = f(1 \pm u/c)$. Aqui o sinal (+) é utilizado quando fonte e detector estão se aproximando.

Nas observações do efeito Doppler em astronomia, é o comprimento de onda da luz emitida pelo objeto astrofísico que se observa com mais facilidade, do que a frequência.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{(1 \pm u/c)} \approx \lambda(1 \pm u/c)$$

Efeito Doppler para a Luz

A intensidade da luz emitida por uma galáxia cerca de 3×10^8 anos-luz distante da Terra é vista, aqui, como uma função do comprimento de onda. Os picos de intensidade podem ser associados a átomos como o hidrogênio, nitrogênio e oxigênio, que estão presentes na galáxia. Todas as linhas são deslocadas pelo efeito Doppler na direção dos grandes comprimentos de onda (*um deslocamento para o vermelho*), porque a galáxia está se afastando de nós a uma grande velocidade. É visto em destaque o deslocamento Doppler para a linha mais intensa. Cortesia de J. P. Huchra e colaboradores.



NGC 7319 é uma galáxia espiral barrada pertencente ao Quinteto de Stephan. Está situada na constelação de Pegasus (Cavalo Alado).

REFERÊNCIAS

- HALLIDAY D, RESNICK R e WALKER J, Fundamentos de Física vol. 2, Ed. L.T.C.
- YOUNG H e FREEDMAN R, Física I vol 2, Ed. Pearson / A.W.
- <https://www.wikipedia.org/>