

INTRODUÇÃO

Na presente atividade iremos estudar a queda livre de um objeto, determinando experimentalmente o valor da aceleração da gravidade. Para isso, empregaremos as técnicas básicas utilizadas no tratamento estatístico de dados e conhecimentos básicos de mecânica.

OBJETIVOS

- Determinar experimentalmente o valor da aceleração da gravidade e avaliar erros,
- Verificar que a aceleração da gravidade não depende da massa do objeto em queda e
- Comprovar a conservação de energia no processo de queda livre.

MATERIAL UTILIZADO

- Calculadora científica em modo de cálculo estatístico,
- Material de apoio (apostilas e vídeos) divulgados no mural virtual da turma, e
- Conjunto de medidas de tempo (s), distâncias (m) e massas (kg), obtidas em aula.

RESUMO DAS BASES TEÓRICAS

Considere o conjunto para o estudo de queda livre conforme ilustrações abaixo. Note que o modelo e fabricante podem variar de acordo com a disponibilidade de equipamentos, sendo, contudo, bastante similares tanto na concepção como no manuseio.

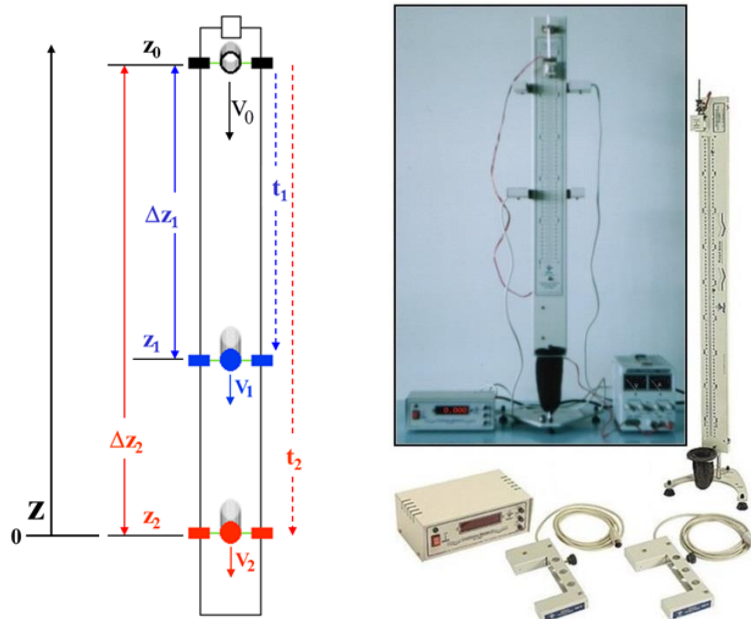


Figura 1: Ilustrações de um conjunto didático para o estudo de queda livre.

Em termos experimentais é importante tecermos alguns comentários relevantes sobre o funcionamento do equipamento. O esquema geral do conjunto é ilustrado esquematicamente na figura a seguir (ver próxima página). No topo do conjunto de lançamento temos um eletroímã, que é basicamente composto por uma bobina de fio de cobre enrolada sobre um núcleo confeccionado com um material ferroso. Tal bobina, quando submetida a uma diferença de potencial, ou seja,

quando uma corrente elétrica flui através dela, obtemos um campo magnético forte o suficiente para suspender uma esfera de aço. Tal esfera constituirá o corpo de prova para o nosso estudo da queda livre. Como indicado na figura, esse eletroímã é conectado a uma fonte de alimentação de 12 V (corrente contínua) cujo acionamento e desligamento é comandado por um cronômetro dedicado a este fim. Quando acionamos o botão “START” do cronômetro, a fonte é ligada, por um intervalo tempo de aproximadamente 15 s, algo necessário para fixarmos manualmente a esfera de aço no eletroímã. Após esse intervalo de tempo a fonte é desligada, e conseqüentemente o núcleo do eletroímã se desmagnetiza. Dessa forma, o campo magnético cessa, deixando a esfera cair livremente. Porém, tal desmagnetização não ocorre instantaneamente, mas leva cerca de uma centena de milissegundos, sendo esse tempo denominado “tempo morto do sistema”.

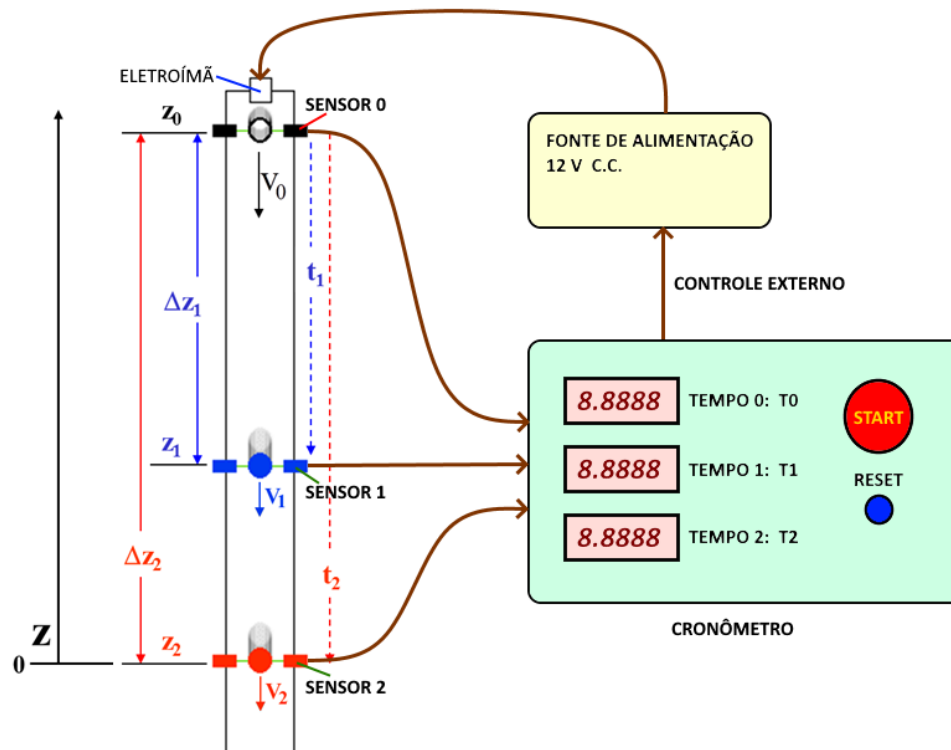


Figura 2: Ilustração de um conjunto didático típico, para o estudo de queda livre.

Simultaneamente ao desligamento da fonte, três contagens de tempo se iniciam, sendo elas separadamente interrompidas quando a esfera passa pelo sensor correspondente. Tais sensores (sensor 0, 1 e 2) são posicionados ao longo da trajetória de queda da esfera. Eles são compostos por uma fonte luminosa e um foto sensor (foto transistor). A escolha desses sensores óticos se deve à ínfima (nula) perturbação que eles causam ao movimento da esfera. Portanto, quando a esfera cruzar o sensor 0, este sensor produz um pulso que interrompe a contagem do tempo T0. Quando a esfera cruzar o sensor 1, tal sensor produzirá um pulso que interrompe a contagem do tempo T1, e quando a esfera cruzar o sensor 2, a contagem do tempo T2 será interrompida. De posse dos valores de T0, T1 e T2, podemos claramente determinar os tempos de percurso, t_1 e t_2 , usualmente chamados “tempos de voo”. Assim, conhecendo as distancias Δz_1 e Δz_2 , e contabilizando os intervalos de tempo t_1 e t_2 podemos, em princípio, determinar a aceleração da esfera e suas velocidades em diferentes pontos da trajetória.

Tendo em mente as diversas fontes de imprecisões, a determinação experimental de T0, T1 e T2 é de fato baseada em N lançamentos, ou seja, N quedas da esfera. Para isso basta pressionar o botão “RESET” no cronômetro, ou o botão “START” novamente, e reiniciar o procedimento. Dessa forma, obteremos N conjuntos de valores para esses tempos cronometrados, algo que faz necessário um tratamento estatístico adequado. Resumidamente, após N medidas, devemos calcular os valores

médios $\overline{T_0}$, $\overline{T_1}$ e $\overline{T_2}$. Assim, conhecendo essas médias e medindo as alturas z_0 , z_1 e z_2 com uma trena, as distancias entre sensores, Δz_1 e Δz_2 , e os tempos de voo médios $\overline{t_1}$ e $\overline{t_2}$, são calculados via:

$$\Delta z_1 = z_0 - z_1, \quad \Delta z_2 = z_0 - z_2, \quad \overline{t_1} = \overline{T_1} - \overline{T_0} \quad \text{e} \quad \overline{t_2} = \overline{T_2} - \overline{T_0}$$

Adicionalmente, teremos que os desvios padrão da medida, σ_{t_1} e σ_{t_2} , bem como os desvios padrão da média, $\sigma_{\overline{t_1}}$ e $\sigma_{\overline{t_2}}$ (ver apostila sobre teoria de erros da UFBA), serão dados por:

$$\sigma_{t_n} = \sqrt{\sigma_{T_n}^2 + \sigma_{T_0}^2} \quad \text{e} \quad \sigma_{\overline{t_n}} = \sqrt{\sigma_{T_n}^2 + \sigma_{T_0}^2} \quad \text{com } n \in \{1, 2\}$$

Além disso, cabe salientar que para verificar a dependência ou independência da aceleração da gravidade, g , com a massa do objeto (esfera), devemos repetir todo o procedimento experimental para no mínimo duas esferas de massas distintas. Dessa forma, teremos que efetuar a análise de dois conjuntos de dados independentemente, um para cada corpo de prova distinto. Para determinar a aceleração da gravidade, g , e verificar o surgimento de diferentes tipos de fontes de erro, tanto aleatórios como sistemáticos, vamos adotar duas abordagens para o problema:

(i) **Abordagem 1** – Assumindo a velocidade inicial da esfera como sendo nula, ou seja, assumindo $V_0 = 0$ m/s, teremos simplesmente que:

$$z_n = z_0 - V_0 \overline{t_n} - \frac{\overline{g} \overline{t_n}^2}{2} \quad \text{com } n \in \{1, 2\} \text{ e } V_0 = 0 \text{ m/s} \Rightarrow g_n = \frac{-2(z_n - z_0)}{\overline{t_n}^2} \quad \text{com } \overline{g} = \frac{g_1 + g_2}{2} \quad (1)$$

Nessa abordagem, para cada esfera, obteremos dois valores para a aceleração da gravidade, g_1 , (para $n = 1$) e g_2 (para $n = 2$), com igual significância. Portanto, indique ambas estimativas e calcule a média delas, obtendo assim a desejada estimativa de g , ou seja, $\overline{g}$, tal como indicado acima.

(ii) **Abordagem 2** - Assumindo $V_0 \neq 0$ m/s, teremos que resolver o sistema de equações:

$$z_1 = z_0 - \overline{V_0} \overline{t_1} - \frac{\overline{g} \overline{t_1}^2}{2} \quad \text{e} \quad z_2 = z_0 - \overline{V_0} \overline{t_2} - \frac{\overline{g} \overline{t_2}^2}{2} \quad (2)$$

onde as variáveis a serem determinadas são $\overline{V_0}$ e $\overline{g}$. Rigorosamente falando, essa abordagem é muito mais fidedigna, pois de fato V_0 não é a velocidade inicial da esfera, mas sim a velocidade com que a esfera cruza o sensor 0 em sua trajetória de queda. Além disso, lembre-se que, uma vez determinado os valores de tais grandezas, as velocidades com que a esfera cruza os sensores 1 e 2, ou seja, $\overline{V_1}$ e $\overline{V_2}$, são obtidas via as expressões dadas a seguir:

$$\overline{V_1} = \overline{V_0} + \overline{g} \overline{t_1} \quad \text{e} \quad \overline{V_2} = \overline{V_0} + \overline{g} \overline{t_2} \quad (3)$$

Usando qualquer uma das abordagens, devemos notar que os valores obtidos para $\overline{g}$, $\overline{V_0}$, $\overline{V_1}$ e $\overline{V_2}$, são valores médios. Para determinar o desvio padrão dessas grandezas, a maneira “mais prática” é calcularmos elas para cada conjunto particular de valores T_0 , T_1 e T_2 , e a partir disso determinar um novo valor médio da aceleração da gravidade ($\overline{g}$) e os respectivos desvios padrão da medida (σ_g) e da média ($\sigma_{\overline{g}}$). Em outras palavras, usando o exemplo da determinação de g , calculamos inicialmente os tempos $t_1 = T_1 - T_0$ e $t_2 = T_2 - T_0$, para cada um dos N lançamentos (conjunto de valores T_0 , T_1 e T_2). Posteriormente, usando a **abordagem 2** determinamos g para cada lançamento resolvendo numericamente o sistema de equações:

$$z_1 = z_0 - V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad \text{e} \quad z_2 = z_0 - V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \quad (4)$$

Assim, obtemos ao final um grupo de N estimativas de g a partir das quais podemos calcular o respectivo valor médio ($\overline{g}$) e os desvios padrão da medida (σ_g) e da média ($\sigma_{\overline{g}}$) correspondentes. Apesar de mais complicado, esse procedimento permite a obtenção dos intervalos onde uma nova

medida (uma medida N+1, hipotética) e uma nova média (de um novo experimento hipotético) deveriam ser encontradas, levando em conta o grau de confiabilidade desejado. A grande “dica” é: Use uma planilha de cálculo – eg. Excel, tal como a disponibilizada em <http://physika.info>.

TÓPICOS PRINCIPAIS DO PROCEDIMENTO

1. A partir do experimento, construa duas tabelas, cada qual contendo N medidas dos tempos de queda cronometrados (T_0 , T_1 e T_2), as posições dos sensores (z_0 , z_1 e z_2) e o valor da massa m de cada esfera de aço. Lembre-se que devemos tratar separadamente os dados de cada uma das esferas. Observe com cuidado as unidades dessas grandezas. Recomenda-se usar todas as medidas de tempo em segundos (s) e distancias em metros (m). Assim, as velocidades serão obtidas em (m/s), acelerações em (m/s²) e energia em (J). Adote **N = 25** medidas (25 quedas).
2. Calcule a estimativa para a aceleração da gravidade utilizando a **abordagem 1**, para cada uma das esferas de aço separadamente, usando as expressões dadas em (1), e compare com o valor tabelado ($g_{\text{tab}} = 9.8 \text{ m/s}^2$). O valor obtido coincide com o tabelado? Tente justificar o desvio encontrado. Porque tal abordagem é equivocada? Seria esse um erro sistemático? Com base nessa abordagem, poderíamos afirmar que o valor da aceleração da gravidade independe da massa das esferas?
3. Calcule a estimativa para a aceleração da gravidade utilizando a **abordagem 2**, para cada uma das esferas de aço separadamente, resolvendo o sistema de equações dadas em (4) para cada lançamento e obtendo assim N estimativas de g. De posse desses N valores, calcule o novo valor médio da aceleração da gravidade ($\bar{g}$) e os desvios padrão da medida (σ_g) e da média ($\sigma_{\bar{g}}$). Compare esse valor médio obtido para g com o valor tabelado ($g_{\text{tab}} = 9.8 \text{ m/s}^2$). O valor obtido coincide com o tabelado? Justifique o desvio encontrado. Tal desvio é maior ou menor que o encontrado no item anterior? O valor da aceleração da gravidade depende da massa das esferas? Indique claramente o intervalo onde uma nova média (obtido a partir um novo experimento hipotético) deveria ser encontrada, levando em conta um grau de confiabilidade de 99.73% para tal estimativa. Comente o significado desse intervalo.
4. Com base nos resultados obtidos, faça um teste da conservação de energia para cada valor da altura z (z_0 , z_1 e z_2) e para cada esfera de aço utilizada. Para efetuar tal tarefa, utilize a expressão abaixo. Adicionalmente, para o cálculo de $\bar{g}$, $\bar{V}_0$, $\bar{V}_1$ e $\bar{V}_2$, utilize as expressões dadas em (2) e (3). O sistema é conservativo? Comente os desvios encontrados.

$$E_n = \frac{m\bar{V}_n^2}{2} + mgz_n \quad \text{onde} \quad n \in \{0, 1, 2\}$$

SUGESTÕES PARA REFERENCIAS

- Apostilas sobre teoria de erros (UFBA e UNICAMP) – Ver <http://physika.info>
- Apostila do INMETRO sobre unidades de medida – Ver <http://physika.info>
- Manual da calculadora CASIO fx-82MS – Ver <http://physika.info>
- Livro de Física I – ex. Halliday, Resnick e Walker Vol.1 – Mecânica.

FOLHA PARA REGISTRO DOS DADOS EM AULA – ESFERA 1

Massa da esfera de aço: _____ g

Altura do sensor z_0 : _____ m

Altura do sensor z_1 : _____ m

Altura do sensor z_2 : _____ m

Medida nº	T0 (s)	T1 (s)	T2 (s)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			

FOLHA PARA REGISTRO DOS DADOS EM AULA – ESFERA 2

Massa da esfera de aço: _____ g

Altura do sensor z_0 : _____ m

Altura do sensor z_1 : _____ m

Altura do sensor z_2 : _____ m

Medida nº	T0 (s)	T1 (s)	T2 (s)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			