

INTRODUÇÃO

Na presente atividade iremos estudar a queda livre de um objeto, determinando experimentalmente o valor da aceleração da gravidade. Para isso, empregaremos as técnicas básicas utilizadas no tratamento estatístico de dados e conhecimentos básicos de mecânica.

OBJETIVOS

- Determinar experimentalmente o valor da aceleração da gravidade e avaliar erros,
- Verificar que a aceleração da gravidade não depende da massa do objeto em queda e
- Comprovar a conservação de energia no processo de queda livre.

MATERIAL UTILIZADO

- Calculadora científica em modo de calculo estatístico,
- Material de apoio (apostilas e vídeos) divulgados no mural da turma, e
- Conjunto de dados contendo medidas de tempo (s), distâncias (m) e massas (kg).

RESUMO DAS BASES TEÓRICAS

Considere o conjunto para o estudo de queda livre conforme ilustrações abaixo. Note que o modelo e fabricante podem variar de acordo com a disponibilidade de equipamentos, sendo, contudo, bastante similares tanto na concepção como no manuseio.

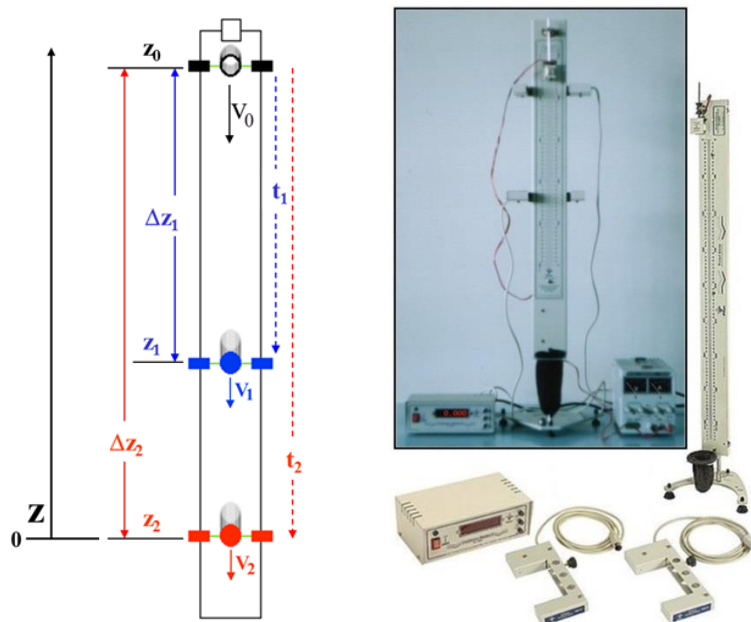


Figura 1: Ilustrações de um conjunto didático para o estudo de queda livre.

Em termos experimentais é importante tecermos alguns comentários relevantes sobre o funcionamento do equipamento. O esquema geral do conjunto é ilustrado esquematicamente na figura a seguir (ver próxima página). No topo do conjunto de lançamento temos um eletroímã, que é basicamente composto por uma bobina de fio de cobre enrolada sobre um núcleo confeccionado com um material ferroso. Tal bobina, quando submetida a uma diferença de potencial, ou seja,

quando uma corrente elétrica flui através dela, obtemos um campo magnético forte o suficiente para suspender uma esfera de aço. Tal esfera constituirá o corpo de prova para o nosso estudo da queda livre. Como indicado na figura, esse eletroímã é conectado a uma fonte de alimentação de 12 V (corrente contínua) cujo acionamento e desligamento é comandado por um cronômetro dedicado a este fim. Quando acionamos o botão “START” do cronômetro, a fonte é ligada, por um intervalo tempo de aproximadamente 15 s, algo necessário para fixarmos manualmente a esfera de aço no eletroímã. Após esse intervalo de tempo a fonte é desligada, e conseqüentemente o núcleo do eletroímã se desmagnetiza. Dessa forma, o campo magnético cessa, deixando a esfera cair livremente. Porém, tal desmagnetização não ocorre instantaneamente, mas leva cerca de uma centena de milissegundos, sendo esse tempo denominado “tempo morto do sistema”.

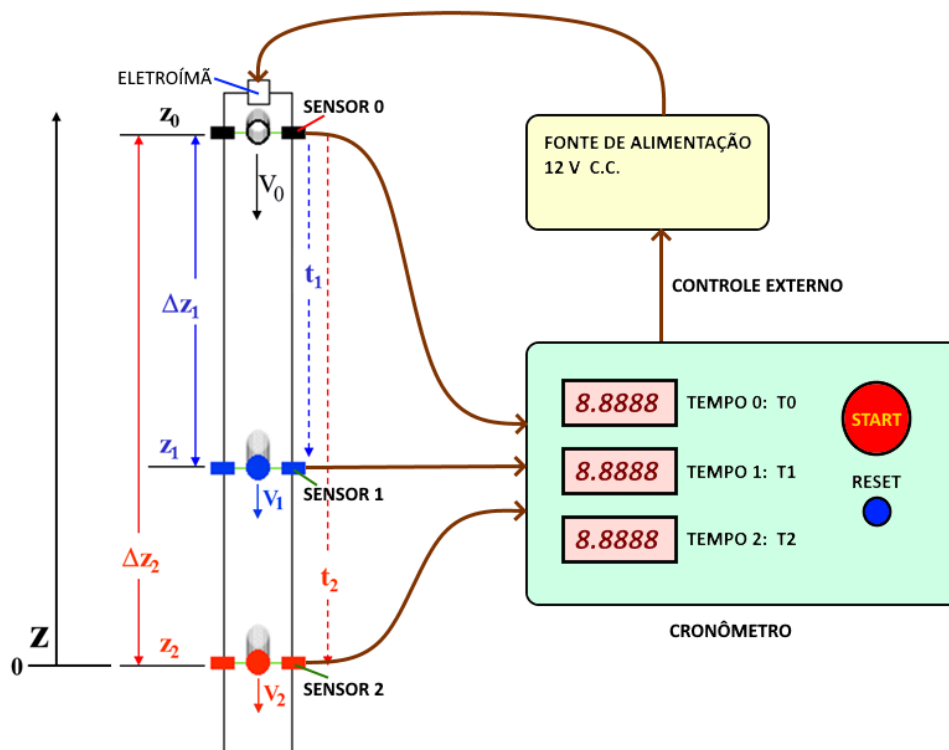


Figura 2: Ilustração de um conjunto didático típico, para o estudo de queda livre.

Simultaneamente ao desligamento da fonte, três contagens de tempo se iniciam, sendo elas separadamente interrompidas quando a esfera passa pelo sensor correspondente. Tais sensores (sensor 0, 1 e 2) são posicionados ao longo da trajetória de queda da esfera. Eles são compostos por uma fonte luminosa e um foto sensor (foto transistor). A escolha desses sensores óticos se deve à ínfima (nula) perturbação que eles causam ao movimento da esfera. Portanto, quando a esfera cruzar o sensor 0, este sensor produz um pulso que interrompe a contagem do tempo T_0 . Quando a esfera cruzar o sensor 1, tal sensor produzirá um pulso que interrompe a contagem do tempo T_1 , e quando a esfera cruzar o sensor 2, a contagem do tempo T_2 será interrompida. De posse dos valores de T_0 , T_1 e T_2 , podemos claramente determinar os tempos de percurso, t_1 e t_2 , usualmente chamados “tempos de voo”. Assim, conhecendo as distâncias Δz_1 e Δz_2 , e contabilizando os intervalos de tempo t_1 e t_2 podemos, em princípio, determinar a aceleração da esfera e suas velocidades em diferentes pontos da trajetória.

Tendo em mente as diversas fontes de imprecisões, a determinação experimental de T_0 , T_1 e T_2 é de fato baseada em N lançamentos, ou seja, N quedas da esfera. Para isso basta pressionar o botão “RESET” no cronômetro e reiniciar o procedimento. Dessa forma, obteremos N conjuntos de valores para esses tempos cronometrados, algo que faz necessário um tratamento estatístico adequado. Resumidamente, após N medidas, devemos calcular os valores médios $\overline{T_0}$, $\overline{T_1}$ e $\overline{T_2}$.

Assim, as distancias entre sensores, Δz_1 e Δz_2 , e os tempos de voo médios $\bar{t}_1$ e $\bar{t}_2$, são calculados via:

$$\Delta z_1 = z_0 - z_1, \quad \Delta z_2 = z_0 - z_2, \quad \bar{t}_1 = \bar{T}_1 - \bar{T}_0 \quad \text{e} \quad \bar{t}_2 = \bar{T}_2 - \bar{T}_0$$

Adicionalmente, teremos que os desvios padrão da medida, σ_{t_1} e σ_{t_2} , bem como os desvios padrão da média, $\sigma_{\bar{t}_1}$ e $\sigma_{\bar{t}_2}$, serão dados por:

$$\sigma_{t_n} = \sqrt{\sigma_{T_n}^2 + \sigma_{T_0}^2} \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{t}_n} = \sqrt{\sigma_{T_n}^2 + \sigma_{T_0}^2} \quad \text{com } n \in \{1, 2\}$$

Além disso, cabe salientar que para verificar a dependência ou independência da aceleração da gravidade, g , com a massa do objeto (esfera), devemos repetir todo o procedimento experimental para no mínimo duas esferas de massas distintas. Dessa forma, teremos que efetuar a análise de dois conjuntos de dados, um para cada corpo de prova distinto. Para determinar a aceleração da gravidade, g , e verificar o surgimento de diferentes tipos de fontes de erro, tanto aleatórios como sistemáticos, vamos adotar duas abordagens para o problema:

(i) **Abordagem 1** – Assumindo a velocidade inicial da esfera como sendo nula, ou seja, assumindo $V_0 = 0$ m/s, teremos simplesmente que:

$$z_n = z_0 - V_0 \bar{t}_n - \frac{g \bar{t}_n^2}{2} \quad \text{com } n \in \{1, 2\} \text{ e } V_0 = 0 \text{ m/s} \Rightarrow g_n = \frac{2(z_n - z_0)}{\bar{t}_n^2} \quad \text{com } g = \frac{g_1 + g_2}{2} \quad [1]$$

Nessa abordagem, para cada esfera, obteremos dois valores para a aceleração da gravidade, g_1 , (para $n = 1$) e g_2 (para $n = 2$), com igual significância. Portanto, indique ambas estimativas e calcule a média delas, obtendo assim a desejada estimativa de g , tal como indicado acima.

(ii) **Abordagem 2** - Assumindo $V_0 \neq 0$ m/s, teremos que resolver o sistema de equações:

$$z_1 = z_0 - V_0 \bar{t}_1 - \frac{g \bar{t}_1^2}{2} \quad \text{e} \quad z_2 = z_0 - V_0 \bar{t}_2 - \frac{g \bar{t}_2^2}{2} \quad [2]$$

onde as variáveis a serem determinadas são V_0 e g . Rigorosamente falando, essa abordagem é muito mais fidedigna, pois de fato V_0 não é a velocidade inicial da esfera, mas sim a velocidade com que a esfera cruza o sensor 0 em sua trajetória de queda. Além disso, lembre que, uma vez determinado os valores de tais grandezas, as velocidades com que a esfera cruza os sensores 1 e 2, ou seja, V_1 e V_2 , são obtidas via as expressões dadas a seguir:

$$V_1 = V_0 + g \bar{t}_1 \quad \text{e} \quad V_2 = V_0 + g \bar{t}_2 \quad [3]$$

Usando qualquer uma das abordagens, devemos notar que os valores obtidos para g , V_0 , V_1 e V_2 , são na verdade valores médios. Para determinar o desvio padrão dessas grandezas, a maneira mais prática é calcularmos elas para cada conjunto de valores T_0 , T_1 e T_2 , e a partir disso determinar os respectivos desvios padrão da medida e da média. Em outras palavras, usando o exemplo da determinação de g , calculamos inicialmente os tempos $t_1 = T_1 - T_0$ e $t_2 = T_2 - T_0$, para cada um dos N lançamentos (conjunto de valores T_0 , T_1 e T_2). Posteriormente, para a **abordagem 2** determinamos g para cada lançamento resolvendo numericamente o sistema de equações:

$$z_1 = z_0 - V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad \text{e} \quad z_2 = z_0 - V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \quad [4]$$

Assim, obtemos ao final um grupo de N estimativas de g a partir da qual podemos calcular o valor médio e os desvios padrão da medida e da média. Apesar de mais complicado, esse procedimento permite a obtenção dos intervalos onde uma nova medida (uma medida $N+1$, hipotética) e uma nova média (de um novo experimento hipotético) deveriam ser encontradas, levando em conta o grau de confiabilidade desejado. A grande “dica” é: Use uma planilha de cálculo (eg. Excel, Calc, etc).

TÓPICOS PRINCIPAIS DO PROCEDIMENTO

1. Baixe a tabela de dados em formato PDF. Neste arquivo estão disponíveis duas tabelas, cada qual contendo N medidas dos tempos de queda cronometrados (T_0 , T_1 e T_2), as posições dos sensores (z_0 , z_1 e z_2) e o valor da massa m de cada esfera de aço. Lembre que devemos tratar separadamente os dados de cada uma das esferas. Observe com cuidado as unidades dessas grandezas. Observe ainda o eventual caso de utilizarmos um ponto decimal no lugar da vírgula para indicar as casas decimais. Lembre-se de substituir tal “ponto” pela “vírgula” caso necessário, especialmente se pretendes utilizar uma planilha (eg. Excel, Calc, etc).
2. Calcule a estimativa para a aceleração da gravidade utilizando a **abordagem 1**, para cada uma das esferas de aço separadamente, usando as expressões dadas em [1], e compare com o valor tabelado ($g_{\text{tab}} = 9.8 \text{ m/s}^2$). O valor obtido coincide com o tabelado? Tente justificar o desvio encontrado. Porque tal abordagem é equivocada? Seria esse um erro sistemático? Com base nessa abordagem, poderíamos afirmar que o valor da aceleração da gravidade independe da massa das esferas?
3. Calcule a estimativa para a aceleração da gravidade utilizando a **abordagem 2**, para cada uma das esferas de aço separadamente, usando as expressões dadas em [4], e compare o valor médio obtido para g com o valor tabelado ($g_{\text{tab}} = 9.8 \text{ m/s}^2$). O valor obtido coincide com o tabelado? Justifique o desvio encontrado. Tal desvio é maior ou menor que o encontrado no item anterior? O valor da aceleração da gravidade depende da massa das esferas? Indique claramente o intervalo onde uma nova média (de um novo experimento hipotético) deveria ser encontrada, levando em conta um grau de confiabilidade de 99.73% para tal estimativa. Comente o significado desse intervalo.
4. Com base nos resultados obtidos, faça um teste da conservação de energia para cada valor da altura z (z_0 , z_1 e z_2) e para cada esfera de aço utilizada. Para efetuar tal tarefa, utilize a expressão abaixo. Adicionalmente, para o cálculo de g , V_0 , V_1 , e V_2 , utilize as expressões dadas em [2] e [3]. O sistema é conservativo? Comente os desvios encontrados.

$$E_i = \frac{mV_i^2}{2} + mgz_i \quad \text{onde} \quad i \in \{0, 1, 2\}$$

SUGESTÕES PARA REFERENCIAS

- Apostilas sobre teoria de erros (UFBA e UNICAMP) – Ver <http://physika.info>
- Apostila do INMETRO sobre unidades de medida – Ver <http://physika.info>
- Manual da calculadora CASIO fx-82MS – Ver <http://physika.info>
- Livro de Física I – ex. Halliday, Resnick e Walker Vol.1 – Mecânica.