Força e Movimento II

No capítulo sobre as Leis de Newton, usamos as equações de movimento para analisar e calcular os efeitos das forças, mas elas não nos dizem nada sobre as causas das forças. Para podermos compreender o que as origina, devemos ter uma visão microscópicas detalhadas das interações dos corpos com o meio.

Tradicionalmente, existem quatro forças básicas, são elas:

1) Força Gravitacional – ocorrem presença de matéria;
2) Força Eletromagnética – é responsável pela ligação de átomos e pela estrutura de sólidos;
3) Força nuclear fraca – causa determinados processos de decaimento radiativo e certas reações entre as partículas mais fundamentais;
4) Força forte – atua entre as partículas fundamentais e é responsável pela coesão do núcleo.

Para continuamos o estudo sobre a dinâmica da partícula (Aplicações das Leis das Newton), devemos introduzir as forças de atrito.

Forças de Atrito:

Sempre que a superfície de um corpo escorrega sobre outro, cada corpo exerce sobre o outro uma força paralela às superfícies. Essa força é inerente ao contato entre as superfícies e chamamos de força de atrito. A força de atrito sobre cada corpo tem sentido oposto ao seu movimento em relação ao outro corpo.

As forças de atrito que atuam entre superfícies em repouso relativo são chamadas de forças de atrito estático, em contraposição às forças de atrito cinético que acontece entre superfícies que têm movimento relativo. **Existe atrito entre superfícies em repouso quando acontece uma tendência ao movimento.**

A força de atrito estático máxima entre duas superfícies será igual à força mínima necessária para iniciar o movimento relativo. Iniciado o movimento, as forças de atrito que atuam entre as superfícies usualmente decrescem, passando a atuar a **força de atrito cinético**, de modo que uma força menor será suficiente para manter o movimento.

Propriedades do atrito:

É demonstrado experimentalmente que, quando um corpo é pressionado contra uma superfície (estando ambos secos e não-lubrificados) e uma força F é aplicada na tentativa de fazer o corpo deslizar sobre a superfície, a força de atrito resultante tem três propriedades:

Propriedade 1: Se o corpo não se move, então a força de atrito estático $\boldsymbol{f}_e$ e a $\mathbf{F}$ paralela à superfície são iguais em módulo e têm sentidos opostos.

Propriedade 2: O módulo de $\boldsymbol{f}_e$ tem o valor máximo $f_{e,máx}$ dada por

$$f_{e,máx} = \mu_e N \qquad (1)$$

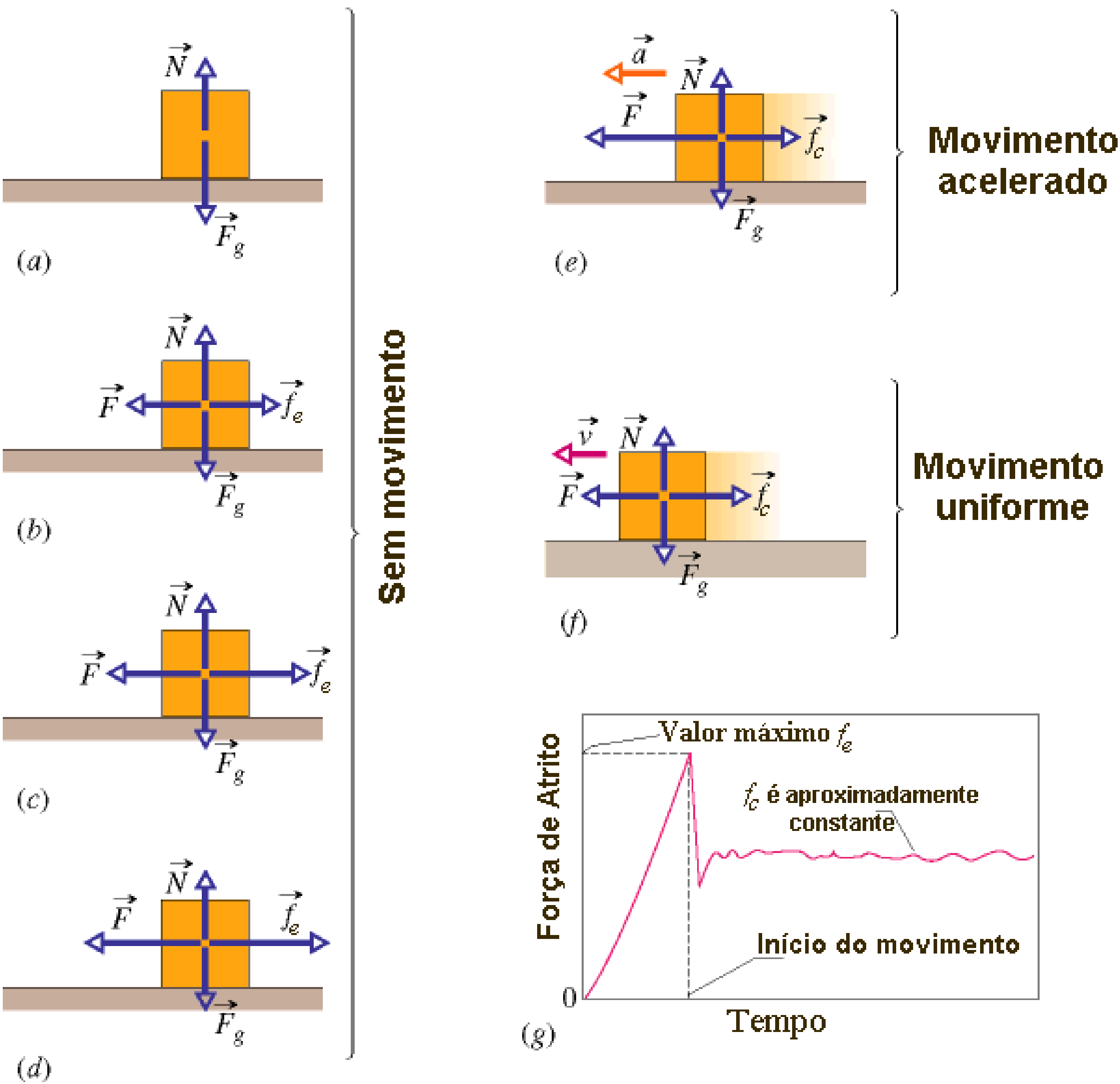
onde μ_e é o coeficiente de atrito estático e N é o módulo de reação normal. Se o módulo da componente de F paralela à superfície for maior do que $f_{e,máx}$, então o corpo começará a deslizar sobre a superfície.

Propriedade 3: Se o corpo começa a deslizar sobre a superfície, o módulo da força de atrito descreverá rapidamente para o valor f_c, dado por

$$f_c = \mu_c N \qquad (2)$$

onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético. Enquanto o corpo desliza, o módulo da força de atrito cinético f_c será dado pela equação (2).

Nas figuras abaixo, (a) As forças sobre o bloco em repouso. (b)–(d) Uma força externa $\boldsymbol{F}$, aplicada sobre o bloco, é equilibrada por uma força de atrito estático f_e de igual intensidade e de sentido oposto. Conforme $\boldsymbol{F}$ aumenta, f_e, também aumenta, até alcançar um valor máximo. Em (e) quando o bloco "rompe" a inércia, é acelerado repentinamente para a esquerda. (f) Se agora o bloco está se movendo com velocidade constante, a força F aplicada deve ser reduzida do valor inicial que possuía no instante imediatamente antes dele iniciar o movimento. (g) Alguns resultados experimentais para a seqüência de (a) até (f).



Verifica-se experimentalmente que $(\mu_e) > (\mu_c)$.

Material	μ_e	μ_c
Aço sobre Aço	0.78	0.42
Níquel sobre Níquel	1.10	0.53

- **A Dinâmica do Movimento Circular Uniforme**

Em um movimento circular uniforme, o vetor aceleração é dirigido para o centro do círculo e possui módulo $a_r = \frac{v^2}{r}$.

O movimento é governado pela equação $\vec{F}_R = m\vec{a}$ como em qualquer outro problema de dinâmica.

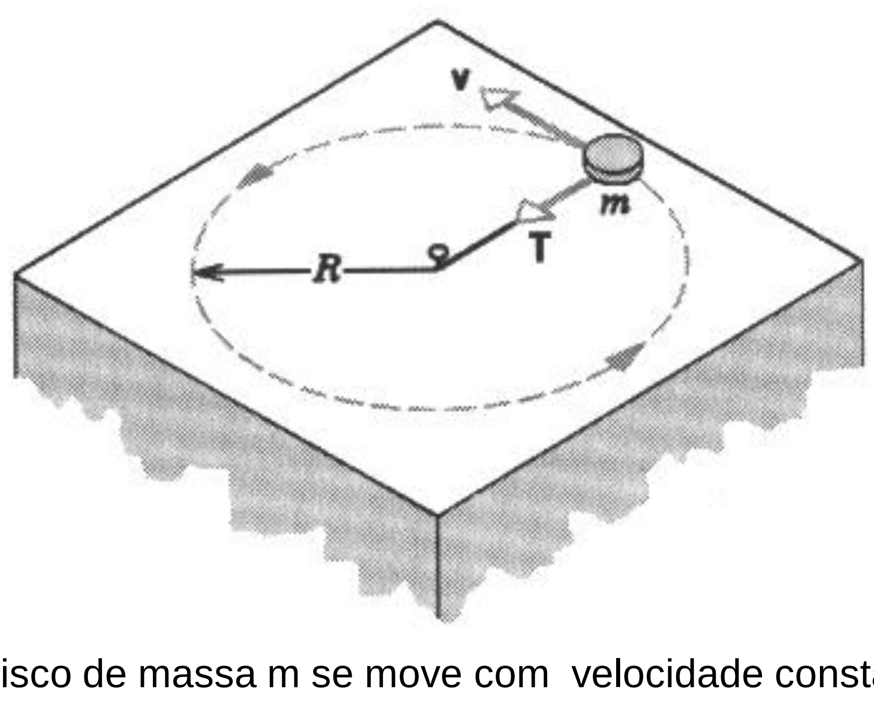


Fig. Um disco de massa m se move com velocidade constante ao longo de uma trajetória circular sobre superfície plana sem atrito. A única força horizontal atuando no disco é a tensão **T** com a qual o fio puxa o disco; **T** fornece a força centrípeta necessária para o movimento circular. As forças verticais (**N** e m**g**)

Aplicações: Dinâmica do Movimento Circular Uniforme

- O pêndulo Cônico

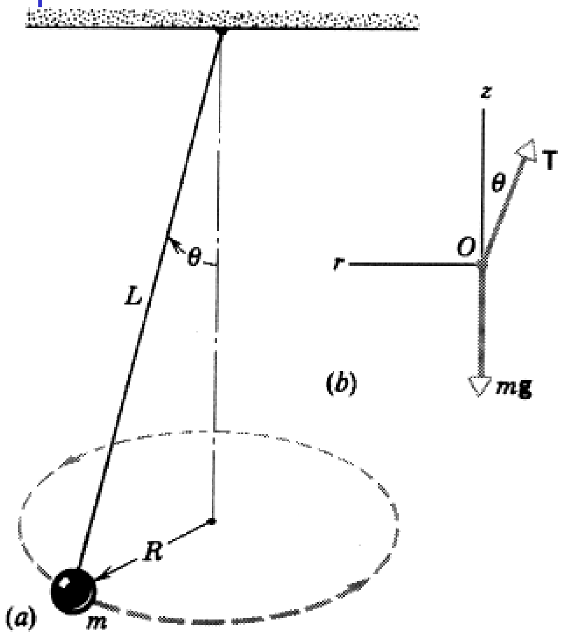


Fig. (a) Um corpo de massa m suspenso por um fio de comprimento L se move em um circulo; o fio descreve um cone circular reto de semi-ângulo θ. (b) Diagrama de corpo livre para o corpo.

Da figura ao lado:

$$sen\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$sen\theta = \frac{R}{L} \quad \Rightarrow \quad R = Lsen\theta$$

Aplicando a segunda Lei de Newton: $\boxed{\sum \vec{F} = \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}}$

Decomposição $\vec{T}$, nas componente radial e vertical:

$$T_r = -Tsen\theta \qquad T_z = T\cos\theta$$

Componente z: (aceleração nula):

$$\sum F_z = T_z - mg = 0 \;\Rightarrow\; T\cos\theta = mg$$

Componente r: $(a_r = -v^2 / R)$

$$\sum F_r = T_r = ma_r$$

$$-Tsen\theta = -m\frac{v^2}{R}$$

Das componentes radial e vertical, temos

$$\frac{-Tsen\theta}{T\cos\theta} = -\frac{mv^2 / R}{mg} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{Rgtg\theta}$$

Se t representar o tempo para uma revolução completa, então:

$$v = \frac{2\pi R}{t} \quad \Rightarrow t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{Rg\tan\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g\tan\theta}} \quad \Rightarrow t = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

• O Rotor

Um rotor é um espaço cilíndrico oco que pode rodar em torno do eixo vertical central. Uma pessoa entra no no rotor, fecha a porta, e fica de pé contra a parede, a partir do repouso, até atingir uma certa velocidade, quando o chão se abre, abaixo da pessoa, ela ver um poço profundo. A pessoa não cai, permanece presa a parede do rotor. Qual é a velocidade mínima necessária para impedir a queda?

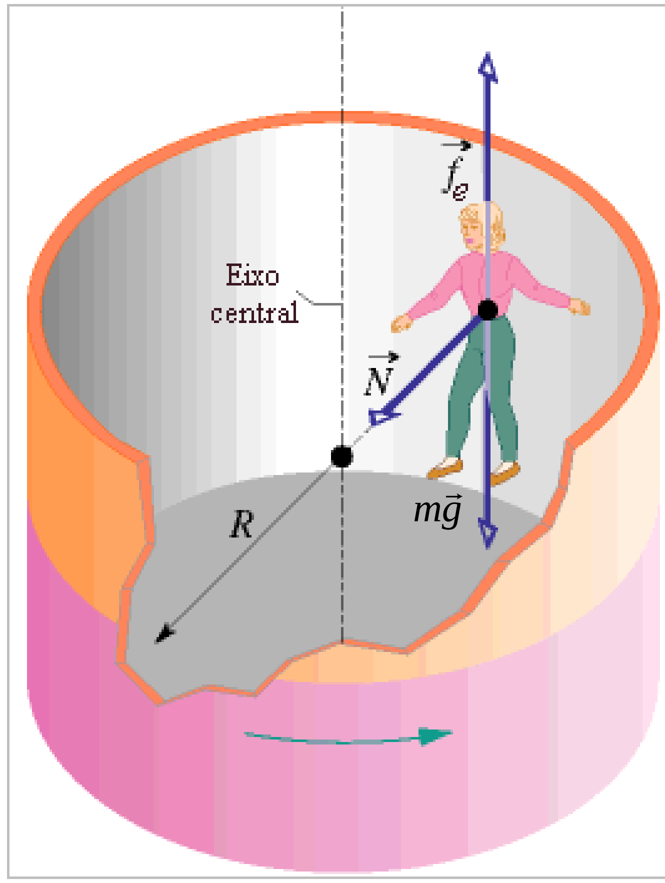


Fig. Um rotor de um parque de diversões

As forças que agem na pessoa são:

O peso: $\vec{P} = m\vec{g}$

A normal exercida pela parede: $\vec{N}$

A força de atrito estático: $\vec{f}_e$

Aplicando a segunda Lei de Newton (para as componentes z e r):

Componente z: $\sum F_z = f_e - mg = 0$ (1)

Componente r: $\sum F_r = -N = ma_r = -\dfrac{mv^2}{R}$ (2)

Atenção

$$f_e = \mu_e N$$

Combinando as equações (1) e (2), obtemos:

$$f_e = mg = \mu_e N = \frac{\mu_e m v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{gR}{\mu_e}$$

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_e}}$$

• A curva Inclinada

O bloco da figura (a) ao lado representa um carro ou um vagão que se move com velocidade constante v em uma curva de uma estrada plana de raio de curvatura R.

Neste caso as forças são:

$$\text{Verticais}\begin{cases}\text{o peso: } m\vec{g} \\ \text{a normal: } \vec{N}\end{cases}$$

$$\text{Horizontal}\left\{\text{a força centrípeta: } \vec{F}\right.$$

Note que na figura (b) a força normal **N** não tem apenas a componente vertical.

O ângulo correto θ de inclinação, na ausência de atrito, pode ser obtido usando a segunda Lei de Newton:

$$\begin{cases}\sum F_z = N\cos\theta - mg = 0 \\ \sum F_r = -N sen\theta = ma_r = -m\dfrac{v^2}{R}\end{cases}$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}}$$

Para uma dada curvatura, a estrada é inclinada de um ângulo que corresponde à média da velocidade esperada.

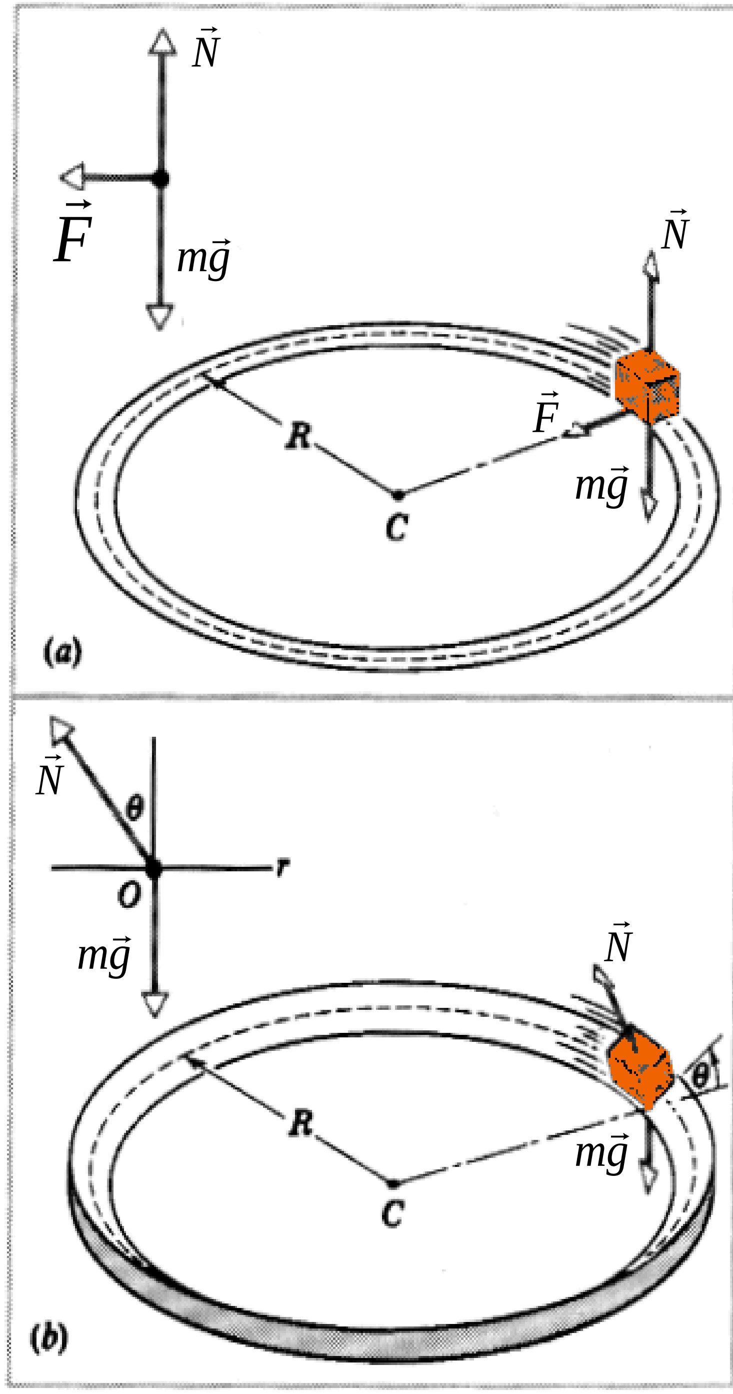


Fig. (a) Estrada plana. Um diagrama de corpo livre para o corpo que se move é mostrada a esquerda. A força centrípeta deve ser fornecida pelo atrito entre os pneus e a estrada. (b) Estrada inclinada. Não é necessário atrito para fazer a curva com segurança.

Equações de Movimento: Forças Constantes e Não-Constantes

Nosso objetivo é descrever como uma partícula se moverá quando sujeita a um conjunto de forças. A análise (em uma dimensão) pode ser representada por:

$$\sum F \rightarrow a \rightarrow x(t),\ v(t)$$

Vamos analisar o caso em que a aceleração é constante (força constante).

$$a = \frac{dv}{dt} \;\Rightarrow\; dv = a dt \;\Rightarrow\; \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a dt \;\Rightarrow\; v - v_0 = a\,t$$

$$\boxed{v(t) = v_0 + at}$$

Encontramos $x(t)$ usando a definição $v = dx/dt$:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow\; dx = v dt \;\Rightarrow\; \int_{x_0}^{x} dx = \int_o^t (v_0 + at) dt$$

$$x - x_0 = v_0 \int_0^t dt + a \int_o^t t dt = v_0 t + a \tfrac{1}{2} t^2$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_o t + \tfrac{1}{2} a t^2}$$

Atenção: Só podemos usar as expressões acima quando estamos trabalhando com acelerações constante. Não podemos usar quando:

- ✓ As forças dependem do tempo. A força de frenagem, depende do tempo durante o intervalo no qual um carro está desacelerando; a função a(t) dependerá dos detalhes como freamos.

- ✓ As forças dependem da velocidade. Um exemplo familiar de forças dependente de velocidade é a força de arrasto sentida por um corpo que se move através de um fluido como o ar ou a água.

- ✓ As forças dependem da posição: Um exemplo familiar força dependente da posição é a força restauradora exercida por uma mola $F = kx$.

Forças que Dependem do Tempo: Método Analítico

Aplicando as Leis de Newton, no caso de algumas forças que dependem do tempo, obtemos uma aceleração $a(t)$ que depende do tempo.

Procedemos como segue:

Cálculo da velocidade:

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a(t)dt \Rightarrow v - v_0 = \int_0^t a(t)dt \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)dt$$

Cálculo da posição:

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v(t)dt \Rightarrow x - x_0 = \int_0^t v(t)dt \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)dt$$

Exemplo: Um carro está se movendo a 25,0m/s. O motorista avista uma placa que diz “obstáculo na pista a 85m” , o motorista começa frear, com uma desaceleração que depende do tempo com a relação $a(t) = bt^2$, (b = -1,5m/s^4) . (a) Quanto tempo leva para o carro parar? (b) O carro atinge o obstáculo ou consegue parar antes?

Solução: Devemos primeiro obter uma expressão para v(t), para que possamos encontra o instante no qual v = 0. Em seguida obter uma expressão para $x(t)$ e substituir o tempo encontrado anteriormente a fim de encontrar a distância percorrida até o carro parar.

Usando: $v(t) = v_0 + \int_0^t bt^2 dt \Rightarrow v(t) = v_0 + b\dfrac{t^3}{3} \Rightarrow t = \sqrt[3]{\dfrac{-3v_0}{b}}$

Sustituindo os valores dados: $t = \sqrt[3]{50s^3} \Rightarrow t = 3{,}68s$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)dt \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_0^t \left(v_0 + \frac{bt^3}{3} \right) dt$$

$x(t) = x_0 + v_o t + \dfrac{bt^4}{12}$. Com os valores dados, temos:

$$\boxed{x(3{,}68s) \cong 80{,}12m}$$

Forças de Arraste

Quando um corpo se move através de fluido, do ar ou da água por exemplo, o fluido exerce sobre o corpo uma força retardadora, força de arraste, que tende a reduzir a velocidade do corpo. Esta força de arraste depende da forma do corpo, das propriedades do fluido e da velocidade do corpo em relação ao fluido. Como a força de atrito, a força de arraste é complicada. Diferentemente do atrito usual, a força de arraste aumenta quando a velocidade aumenta.

Para pequenas velocidades: $f_a = bv$

Para velocidades elevadas: $f_a = bv^2$

Consideremos um corpo que parte do repouso e cai sob a influência da gravidade, que admitir ser constante, de de uma força de atrito de módulo bv^n, b e n são constantes. Temos, sobre o corpo, uma força constante para baixo mg, e uma força para cima bv^n. Considerando a direção para baixo como positiva, da segunda lei de Newton, temos

$$F_R = mg - bv^n = ma$$

Em t = 0, quando o corpo começa a cair, a velocidade é nula, e então a força restauradora é nula e a aceleração é g para baixo. À medida que a velocidade do corpo aumenta, a velocidade é suficientemente grande para que a força de arraste bv^n seja igual à força da gravidade de modo que a aceleração é nula. O corpo continua a se mover a velocidade constante v_t, a velocidade terminal. Fazendo $a = 0$ na equação acima, obtemos:

$$bv_t^n = mg \quad \Rightarrow \quad v_t = \left(\frac{mg}{b}\right)^{1/n}$$