

ESPALHAMENTO THOMSON

J.R. Kaschny

O Elétron Livre

Vamos inicialmente considerar o processo de espalhamento de um feixe de raios-x, por um elétron livre, sob o ponto de vista da Teoria Eletromagnética (clássica), tal como inicialmente proposto por Thomson (≈ 1900).

Seja uma onda eletromagnética incidente, sobre um elétron livre, tal que:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \text{Sen}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad \text{campo elétrico}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \text{Sen}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad \text{campo magnético}$$

Desprezando interações de natureza magnética, a interação dos raios-x com o elétron será devida à interação de sua carga elétrica com o campo elétrico oscilante, provocando uma aceleração (no elétron) dada por:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m} \quad \begin{array}{l} m = \text{massa} \\ \text{do elétron} \end{array}$$

$\Rightarrow$ **a**, **F** e **E** oscilam com a mesma frequência $\nu = \omega / 2\pi$ das ondas incidentes.

Portanto, sob a influencia dessa aceleração, a posição do elétron oscilará com frequência ν , em fase com a onda incidente, irradiando energia em todas as direções. Isto consiste a essência do processo de espalhamento Thomson, de ondas eletromagnéticas.

Então, de acordo com o eletromagnetismo, a energia irradiada, em todas as direções, sob a forma de radiação eletromagnética por unidade de tempo, e a respectiva media temporal, serão:

$$R = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} = \frac{2}{3} \frac{e^4 E^2}{m^2 c^3} \Rightarrow \overline{R} = \left(\frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} \right) \overline{E^2}$$

Sendo a energia media por unidade de tempo, transportada pela onda incidente dada pela relação:

$$\overline{I} = \frac{c}{4\pi} \overline{E^2} \quad \text{teoria eletromagnética}$$

obtemos:

uma fração ... $\overline{R} = \sigma_T \overline{I}$

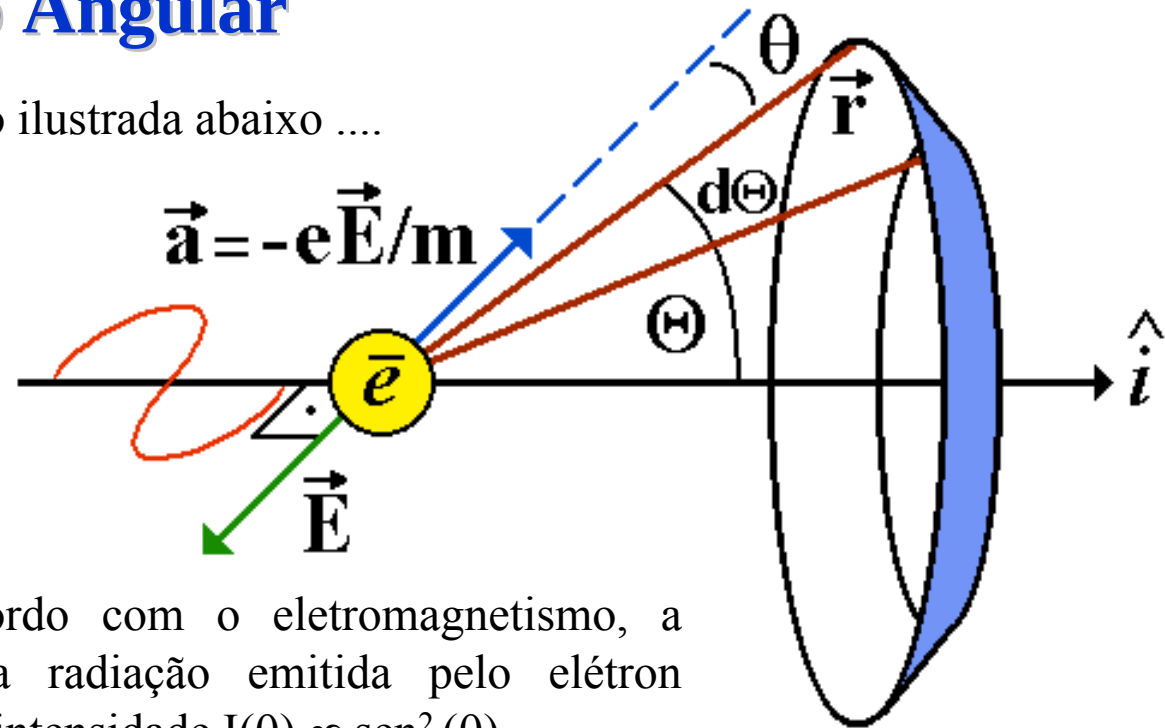
com

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2$$

seção de choque
de Thomson para
o elétron livre

A Distribuição Angular

Considerando a situação ilustrada abaixo



.... temos que, de acordo com o eletromagnetismo, a distribuição angular da radiação emitida pelo elétron acelerado, será tal que a intensidade $I(\theta) \propto \sin^2(\theta)$.

Desta maneira, reescrevendo tal relação em termos de Θ , temos:

$$\overline{R(\Theta)} \propto [2 - \sin^2(\Theta)] \Rightarrow \overline{R(\Theta)} = k' [2 - \sin^2(\Theta)]$$

onde k' é uma constante a ser determinada.

Para determinar k' , basta integrarmos esta ultima expressão sobre todos os ângulos sólidos fornecendo:

$$\overline{R} = \int \overline{R(\Theta)} d\Omega = 2\pi k' \int_0^\pi [2 - \text{sen}^2(\Theta)] \text{sen}(\Theta) d\Theta = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \bar{I}$$

e desta forma, obtemos:

$$\overline{R(\Theta)} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} \bar{I}$$

com

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 [2 - \text{sen}^2(\Theta)]$$

Determina qual a fração da intensidade incidente é espalhada por unidade de ângulo sólido na direção Θ .

← Seção de choque diferencial de Thomson

No caso de Z eletrons livres, teremos:

$$\overline{R_{\text{tot}}}(\Theta) = \frac{d\sigma_{\text{ST}}}{d\Omega} I \quad \text{com} \quad \frac{d\sigma_{\text{ST}}}{d\Omega} = Z \frac{d\sigma_T}{d\Omega}$$

Elétrons Ligados

Considerando agora o caso de elétrons atômicos (ligados aos átomos) teremos:

$$\frac{d\sigma_{ST}}{d\Omega} = |F(x)|^2 \frac{d\sigma_T}{d\Omega}$$

onde:

$$F(x) = 4\pi \int_0^{\infty} \rho(r) \left[\frac{\text{sen}(x.r)}{x.r} \right] r^2 dr = \text{Fator de Forma Atômico}$$

$$\rho(r) = \text{densidade atômica de cargas} \Rightarrow 4\pi \int_0^{\infty} \rho(r).r^2 dr = Z$$

tal que:

$$x = 2k.\text{sen}(\Theta/2) \quad \text{e} \quad k = 2\pi/\lambda$$

sendo Z o numero atômico e λ o comprimento de onda da onda incidente.

Referencias Bibliográficas

- Física Quântica, R. Eisberg e R. Resnick.
- Fundamentos da Física Moderna, R. Eisberg.